一個人の感想程度の解答です。計算ミス，タイプミス，ケアレスミスがたくさんあると思いますので参考程度に利用してください。それにしても，劣悪なセットですね。本文中の ✎注 は私の感想です。お気になさらずに次にお進みください。

2026 年度 共通テスト数学１・数学 A の解答例

数学 I・数学 A

第 1 問

［1］全体集合 $U = \{2, 3, 4, \cdots, 20\}$

2 以上 9 以下の自然数 a, b に対して，U の部分集合 A, B を

$A = \{k \mid k \in U, k$ と a は 1 以外の正の公約数をもつ$\}$

$B = \{k \mid k \in U, k$ と b は 1 以外の正の公約数をもつ$\}$

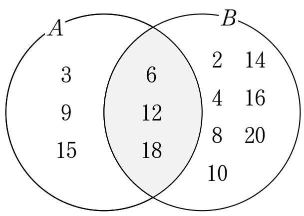
(1) $a = 3$ のとき，k と 3 は 1 以外の正の公約数をもつから，k は 3 の倍数。よって，

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \cdots\cdots \boxed{\text{ア}} \quad ⑥$$

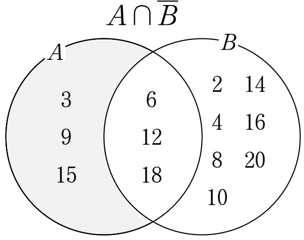
$b = 4$ のとき，k と 4 は 1 以外の正の公約数をもつから，k は 2 の倍数。よって，

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cdots\cdots \boxed{\text{イ}} \quad ⑧$$

$A \cap B$



$A \cap \overline{B}$



ベン図より，$A \cap B = \boxed{\text{ウ}} \cdots\cdots$ ③

$A \cap \overline{B} = \boxed{\text{エ}} \cdots\cdots$ ②

(2) a, b が 2 以上 9 以下の自然数であることに注意して，a, b について考えよう。

(i) $\overline{A}$ の要素に，2 の倍数も 3 の倍数もないとき，A は 2 の倍数と 3 の倍数のどちらも要素として含んでいる。ということは a は 6 の倍数であるが，a は 2 以上 9 以下なので $a = 6$ でなければならない。

$$a = \mathbf{6} \cdots\cdots \boxed{\text{オ}}$$

(ii) $A \cap \overline{B} = 5$ であるならば，$5 \in A$ である。よって，a は 5 の倍数であるが，a は 2 以上 9 以下なので $a = 5$ でなければならない。また，

$$A = \{5, 10, 15, 20\}$$

であり，

$$A \cap B = \{10, 15, 20\}$$

であることから

B は 5 を要素に持たないが，

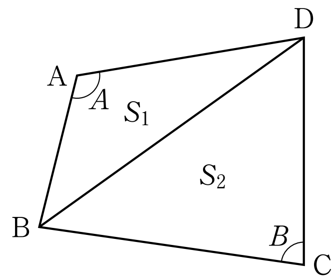
$$10 = 2 \times 5,\ 15 = 5 \times 3,\ 20 = 5 \times 4$$

であるから，b は 2，3 を約数にもつ。すなわち b は 6 の倍数であるが，b は 2 以上 9 以下なので $b = 6$ となるしかない。

よって以上から，

$$a = \mathbf{5} \cdots\cdots \boxed{\text{カ}},\ b = \mathbf{6} \cdots\cdots \boxed{\text{キ}}$$

［2］



(1) 三角形の面積の公式から

$$S_1 = \frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin A = \frac{\mathbf{AB\cdot AD}}{2}\sin A$$

$$S_2 = \frac{1}{2}\mathrm{CB}\cdot\mathrm{CD}\sin C = \frac{\mathbf{BC\cdot CD}}{2}\sin C$$

したがって，

$\boxed{\text{ク}}$ ①，$\boxed{\text{ケ}}$ ④

四角形 ABCD の四つの内角が $A + C = B + D$ を満たすとき，四角形の内角の和は 360° すなわち

$$A + B + C + D = 360°$$

であったから，

$$A + C = \mathbf{180°} \cdots\cdots \boxed{\text{コ}} \quad ④$$

となる。このとき，

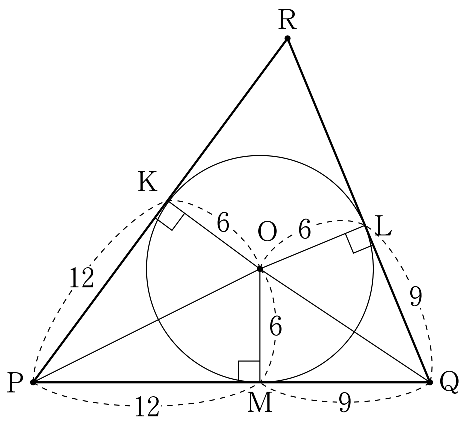
$$\sin C = \sin(180° - A) = \sin A$$

であるから，

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin A + \frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CD}\sin A \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{AB\cdot AD + BC\cdot CD})\sin A \end{aligned}$$

したがって，$\boxed{\text{サ}}$ ②

(2)



(i) 四角形 PMOK の面積は △PMO の面積と △PKO の面積の和に等しい。これら 2 つの三角形は合同だから，四角形 PMOK の面積は

$$\triangle\mathrm{PMO}+\triangle\mathrm{PKO}=2\times\triangle\mathrm{PMO}$$
$$=2\times\frac{1}{2}\cdot12\cdot6$$
$$=\mathbf{72}\cdots\cdots\boxed{\text{シス}}$$

① より

$$（四角形\ \mathrm{PMOK}\ の面積）$$
$$=\triangle\mathrm{PKM}+\triangle\mathrm{OKM}$$
$$=\frac{\mathrm{PK}\cdot\mathrm{PM}+\mathrm{OK}\cdot\mathrm{OM}}{2}\sin P$$

が成り立ち，

$$\mathrm{PK}\cdot\mathrm{PM}+\mathrm{OK}\cdot\mathrm{OM}=12^2+6^2$$
$$=144+36$$
$$=180$$

であるから，

$$72=\frac{180}{2}\sin P$$
$$\frac{180}{2}\sin P=72$$
$$90\sin P=72$$
$$\sin P=\frac{72}{90}=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\cdots\cdots\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

四角形 QLOM についても同様に考える。

$$（四角形\ \mathrm{QLOM}\ の面積）=2\times\frac{1}{2}\cdot9\cdot6=54$$

よって

$$54=\frac{\mathrm{QM}\cdot\mathrm{QL}+\mathrm{OL}\cdot\mathrm{OM}}{2}\sin Q$$
$$54=\frac{9\cdot9+6\cdot6}{2}\sin Q$$
$$54=\frac{81+36}{2}\sin Q$$
$$54=\frac{117}{2}\sin Q$$
$$\frac{117}{2}\sin Q=54$$
$$117\sin Q=108$$
$$\sin Q=\frac{108}{117}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{13}}\cdots\cdots\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

△PQR において，正弦定理により

$$\frac{\mathrm{PR}}{\sin Q}=\frac{\mathrm{QR}}{\sin P}(=k\ とおく)$$

$\mathrm{PR}=k\sin Q,\ \mathrm{QR}=k\sin P$

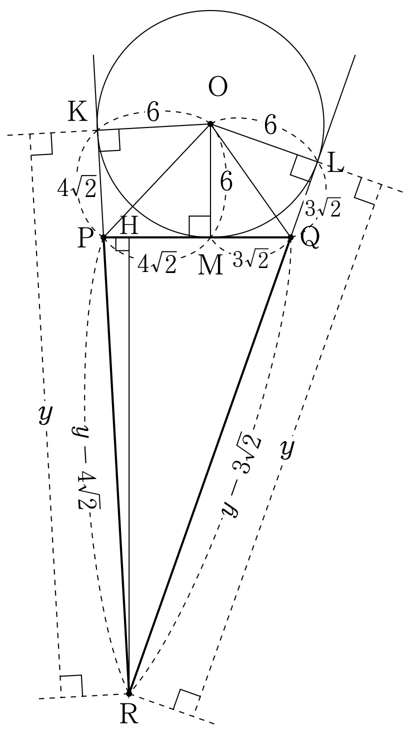
よって

$$\mathrm{PR}:\mathrm{QR}=k\sin Q:k\sin P$$
$$=\sin Q:\sin P$$
$$=\frac{12}{13}:\frac{4}{5}$$
$$=\frac{12}{13}\times65:\frac{4}{5}\times65$$
$$=12\times5:4\times13$$
$$=3\times5:1\times13$$
$$=\mathbf{15:13}\cdots\cdots\boxed{\text{トナ}}:\boxed{\text{ニヌ}}$$

RK＝RL＝x とおくと，PR : QR＝15 : 13 より

$$(12+x):(9+x)=15:13$$
$$13(12+x)=15(9+x)$$
$$156+13x=135+15x$$
$$-2x=-21$$
$$x=\mathrm{RL}=\frac{\mathbf{21}}{\mathbf{2}}\cdots\cdots\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

(ii)



(i) と同様に考えて，$\sin P$, $\sin Q$ を求めよう。同じことの繰り返しなので，本来は省略すべきだが， ここでは計算を省かず書くことにする。気の短い読者は先に飛ばしていただきたい。

四角形 PMOK について，① より

$$4\sqrt{2}\cdot 6=\frac{(4\sqrt{2})^2+6^2}{2}\sin P$$

$$24\sqrt{2}=\frac{32+36}{2}\sin P$$

$$24\sqrt{2}=\frac{68}{2}\sin P$$

$$24\sqrt{2}=34\sin P$$

$$34\sin P=24\sqrt{2}$$

$$\sin P=\frac{24\sqrt{2}}{34}=\frac{12\sqrt{2}}{17}$$

また，四角形 QLOM について，① より

$$3\sqrt{2}\cdot 6=\frac{(3\sqrt{2})^2+6^2}{2}\sin Q$$

$$18\sqrt{2}=\frac{18+36}{2}\sin Q$$

$$18\sqrt{2}=\frac{54}{2}\sin Q$$

$$18\sqrt{2}=27\sin Q$$

$$27\sin Q=18\sqrt{2}$$

$$\sin Q=\frac{18\sqrt{2}}{27}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

ここで，$\mathrm{KR}=\mathrm{KL}=y$ とおくと

$$\mathrm{PR}=y-4\sqrt{2},\ \mathrm{PQ}=y-3\sqrt{2}$$

また，

$$\sin\angle\mathrm{RPQ}=\sin(180^\circ-\angle\mathrm{RPQ})$$
$$=\sin\angle\mathrm{RPQ}$$
$$=\frac{12\sqrt{2}}{17}$$

同様に

$$\sin\angle\mathrm{RQP}=\sin(180^\circ-\angle\mathrm{PQL})$$
$$=\sin\angle\mathrm{PQL}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

点 R から辺 PQ に垂線 RH を下ろす。

直角三角形 RHP において

$$\mathrm{RH}=\mathrm{PR}\sin\angle\mathrm{RPQ}=(y-4\sqrt{2})\cdot\frac{12\sqrt{2}}{17}\ \cdots\cdots ②$$

直角三角形 RHQ において

$$\mathrm{RH}=\mathrm{QR}\sin\angle\mathrm{RQP}=(y-3\sqrt{2})\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}\ \cdots\cdots ③$$

②= ③ より

$$(y-4\sqrt{2})\cdot\frac{12\sqrt{2}}{17}=(y-3\sqrt{2})\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

両辺に 51 をかけると

$$(y-4\sqrt{2})\cdot 12\sqrt{2}\cdot 3=(y-3\sqrt{2})\cdot 2\sqrt{2}\cdot 17$$

両辺を $2\sqrt{2}$ で割ると

$$(y-4\sqrt{2})\cdot 6\cdot 3=(y-3\sqrt{2})\cdot 1\cdot 17$$

$$18y-72\sqrt{2}=17y-51\sqrt{2}$$

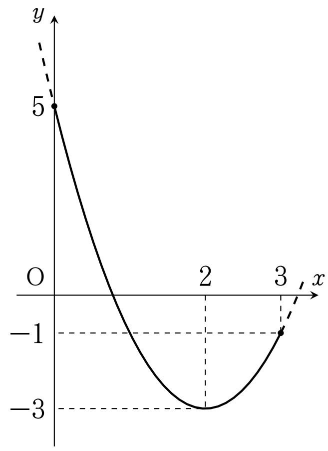
$$y=\mathbf{RL}=\mathbf{21\sqrt{2}}\cdots\cdots \boxed{セフ}\sqrt{\boxed{ヘ}}$$

第 2 問

[1]

(1) $y=2x^2-8x+5$

$$=2(x^2-4x)+5$$
$$=2\{(x-2)^2-4\}+5$$
$$=2(x-2)^2-8+5$$
$$=2(x-2)^2-3$$



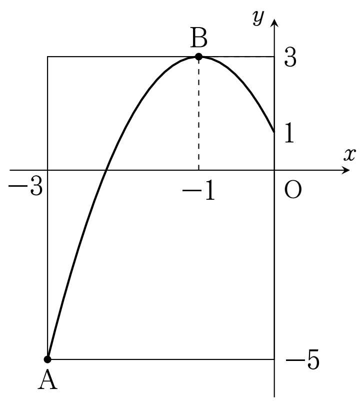
上のグラフから，2 次関数 $y=2x^2-8x+5$ は $0\leqq x\leqq 3$ において，

$x=\mathbf{0}$ ……$\boxed{ア}$ で最大値 $\mathbf{5}$ ……$\boxed{イ}$ をとり，

$x=\mathbf{2}$ ……$\boxed{ウ}$ で最小値 $\mathbf{-3}$ ……$\boxed{エオ}$ をとる。

(2)

(i) [条件を満たすような 2 次関数のグラフを描いてみよう。]



図のようなグラフになるしかない。点 A，点 B の座標はそれぞれ

$$\mathrm{A}(-3,\ -5),\ \mathrm{B}(-1,\ 3)$$

で，点 B は頂点であるから

$$f(x) = -a(x+1)^2 + 3$$

とおける。$y = f(x)$ は点 A を通るから，

$$-5 = -a(-3+1)^2 + 3$$
$$-5 = -4a + 3$$
$$4a = 3 + 5$$
$$4a = 8$$
$$a = 2$$

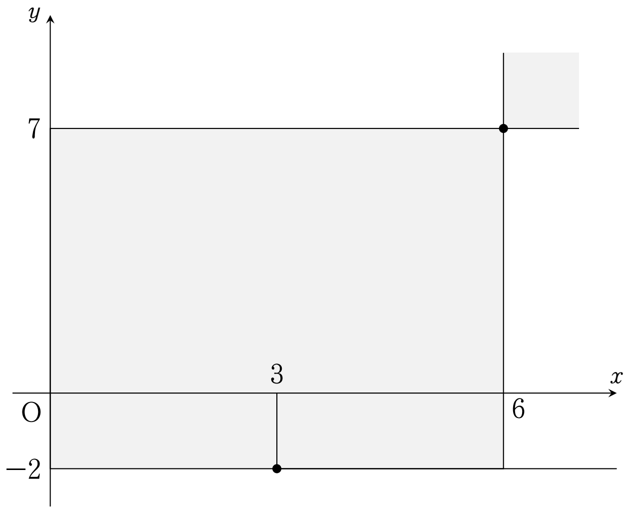
よって

$$\begin{aligned} f(x) &= -2(x+1)^2 + 3 \\ &= -2(x^2 + 2x + 1) + 3 \\ &= -2x^2 - 4x - 2 + 3 \\ &= \boldsymbol{-2x^2 - 4x + 1} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{キク}}$ … **−2**，$\boxed{\text{ケ}}$ … **4**，$\boxed{\text{コ}}$ … **1**

頂点の座標は $(-1,\ \mathbf{3})$ $\boxed{\text{カ}}$ …… ③

(ii)



条件より，$y = g(x)$ のグラフは上の図の網目部分を通り，特に，点 $(3,\ -2)$ と点 $(6,\ 7)$ を通らなければならない。

上に凸 (x^2 の係数 < 0) だとすると，$0 < x < 3$ の範囲で直線 $y = -2$ を突き破るので不適。したがって，2 次関数 $y = g(x)$ のグラフは**下に凸** $\boxed{\text{サ}}$ …… ⓪

よって，$y = g(x)$ のグラフは点 $(3,\ -2)$ を頂点とし，点 $(6,\ 7)$ を通ることがわかる。よって，

$g(x) = a(x-3)^2 - 2$

とおくと，点 $(6,\ 7)$ を通ることから

$$7 = a(6-3)^2 - 2$$
$$7 = 9a - 2$$
$$9a - 2 = 7$$
$$9a = 9$$
$$a = 1$$

ゆえに，

$$\begin{aligned} g(x) &= 1 \cdot (x-3)^2 - 2 \\ &= (x^2 - 6x + 9) - 2 \\ &= \boldsymbol{x^2 - 6x + 7} \end{aligned}$$ …… ⑥ $\boxed{\text{シ}}$

(3)［まだ続くんですか？ ほんとにしつこいですね。これだから，解くのがいやになります。受験生の皆様，お疲れです。］

$b - 1 \leqq x \leqq b + 1$ の b に 0, 0.99, 1, …, 6, 7, 7.1, 8 … を代入してみると，

$b = 0$ …… $-1 \leqq x \leqq 1$ のとき最大値 $M < 0$

$b = 0.99$ …… $-0.01 \leqq x \leqq 1.99$ のとき最大値 $M < 0$

$b = 1$ …… $0 \leqq x \leqq 2$ のとき最大値 $M \geqq 0$

$b = 2$ …… $1 \leqq x \leqq 3$ のとき最大値 $M \geqq 0$

⋮　　　⋮

$b = 6$ …… $5 \leqq x \leqq 7$ のとき最大値 $M \geqq 0$

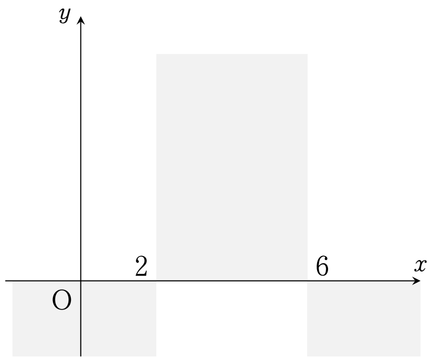
$b = 7$ …… $6 \leqq x \leqq 8$ のとき最大値 $M \geqq 0$

$b = 7.1$ …… $6.1 \leqq x \leqq 8$ のとき最大値 $M < 0$

$b = 8$ …… $7 \leqq x \leqq 9$ のとき最大値 $M < 0$

⋮　　　⋮

であるから，2 次関数 $y = h(x)$ のグラフは，次の図の網目部分に存在することになる。

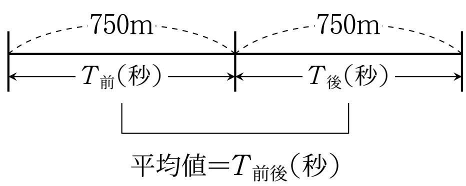


したがって，2 次関数 $y = h(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は

2 …… $\boxed{\text{ス}}$ および **6** …… $\boxed{\text{セ}}$

である。

［2］



(1)

(a) $T_{前}$ が 470 秒未満の選手について，$T_{後}$ が 460 秒以上である選手の人数は 7，

$T_{前後}$ が 460 秒以上である選手の人数は 3

であるから，(a) は誤。

(b) A を付している点が表す選手について，$T_{前}$ の値 (453) は $T_{前後}$ の値 (465) より小さく，かつ $T_{後}$ の値 (476) は $T_{前後}$ の値 (465) より大きい。

であるから，(b) は正。

よって，　$\boxed{ソ}$ …… ②

(2) [相関係数の公式を思いだそう。]

$$(\text{相関係数}) = \frac{\text{共分散}}{(T_{前}\text{の標準偏差}) \times (T_{前後}\text{の標準偏差})}$$

$$= \frac{72.9}{8.3 \times 9.3} \quad (3\text{で約分しよう})$$

$$= \frac{24.3}{8.3 \times 3.1}$$

$$= \frac{24.3}{25.73} = 0.944\cdots$$

よって，$T_{前}$ と $T_{前後}$ の相関係数は　**0.94**

$\boxed{タ}$ …… ⑥

(3) [まだ続くようです。]

(i) [本問冒頭の外れ値の定義を利用しよう。]

外れ値かどうかを判断する基準のタイムは

(第 1 四分位数) − 1.5 ×(四分位範囲)

と

であるから，第 1 四分位数を x，第 3 四分位数を y，四分位範囲を a とおくと

$$x - 1.5 \times a = 29.315 \cdots\cdots ①$$

$$y + 1.5 \times a = 29.835 \cdots\cdots ②$$

①− ② より

$$x - y - 3a = -0.520 \cdots\cdots ③$$

ここで，

(四分位範囲) = (第 3 四分位数) − (第 1 四分位数)

であったから，

$$a = y - x \iff x - y = -a$$

これを ③ に代入して

$$-a - 3a = -0.520$$

$$-4a = -0.520$$

$$a = \frac{-0.520}{-4} = \mathbf{0.13}$$

よって，求める四分位範囲は 0.**13** 秒 …… $\boxed{チツ}$

(ii)

(a) 「28 人の選手において，29 秒より速いタイムはすべて外れ値である。」は

第 26 位と第 21 位の選手の場合，外れ値には含まれないから，誤。

(b) 「28 人の選手から 2 人を選んだとき，分散の大きい選手の四分位範囲は，分散の小さい選手の四分位範囲より小さいことがある。」(下位の選手で上位の選手より四分位範囲が小さいが 2 人いる) は，

8 位の選手の四分位範囲のほうが 5 位の選手の四分位範囲より明らかに小さいから，正。

よって，　$\boxed{テ}$ …… ②

(iii) 分散が小さい順に 1 番から 14 番までに，決勝進出グループの選手は上から順に 1 位，6 位，4 位，3 位，2 位，8 位，5 位の 7 選手が入っている。よって，

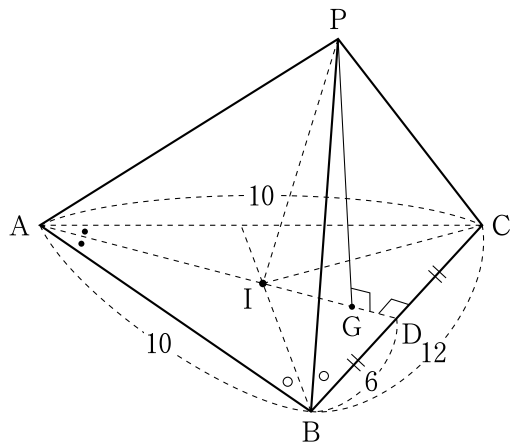
$$n = \mathbf{7} \cdots\cdots \boxed{ト}$$

決勝進出グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を P，予選敗退グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を Q とすると，

$$P = \frac{7}{8} = 0.875,\quad Q = \frac{7}{20} = 0.35$$

であるから，$P>Q$　$\boxed{ナ}$ …… ②

第 3 問



(1) I は △ABC の内心だから，線分 BI は **∠ABC を 2 等分する** ② …… $\boxed{ア}$ ことに注意すると，

$$\text{AI} : \text{ID} = \text{BA} : \text{BD} = 10 : 6 = 5 : 3$$

よって

$$\text{AI} = \frac{5}{5+3} \times \text{AD}$$

ここで，△ABD は直角三角形で斜辺と他の一辺の比が 5 : 3 であるから，BD : DA : AB = 3 : 4 : 5

したがって，　$\text{AD} = \frac{4}{5} \times \text{AB} = \frac{4}{5} \times 10 = 8$

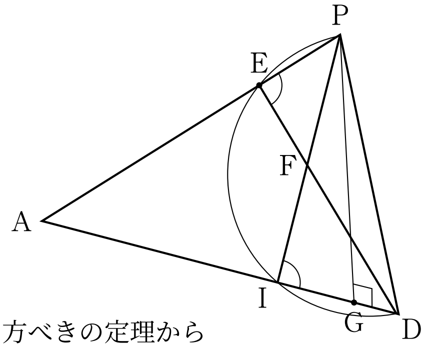
ゆえに

$$\text{AI} = \frac{5}{8} \times 8 = \mathbf{5} \cdots\cdots \boxed{イ}$$

$$\text{ID} = \frac{3}{8} \times 8 = \mathbf{3} \cdots\cdots \boxed{ウ}$$

次のページの △PAD の図 (実はこの図はイカサマです。理由は後でわかります。) より，円周角の定理の逆により，4 点 E，I，D，**P** ④ …… $\boxed{エ}$ は同一円

周上にある。

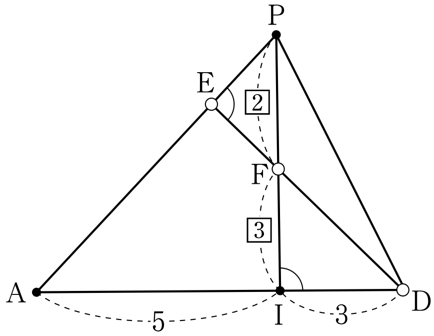


方べきの定理から

$$
\begin{aligned}
\mathrm{AE}\cdot\mathrm{AP} &= \mathrm{AI}\cdot\mathrm{AD}\\
&= 5\cdot 8\\
&= \mathbf{40}\cdots\cdots \boxed{\text{オカ}}
\end{aligned}
$$

(2)

(i)



IF : FP = 3 : 2 のとき，△AIP でメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DI}}\cdot\frac{\mathrm{IF}}{\mathrm{FP}}\cdot\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = 1$$

$$\frac{8}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = 1$$

$$4\cdot\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = 1$$

$$\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = \frac{1}{4}$$

よって，　$\mathrm{PE} : \mathrm{EA} = \mathbf{1 : 4}\cdots\cdots \boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$

$$\mathrm{AE} : \mathrm{AP} = 4 : 5$$

より，$\mathrm{AE} = 4k$, $\mathrm{AP} = 5k$（k は正の定数）とおくと，方べきの定理の定理により

$$\mathrm{AE} : \mathrm{AP} = 40 \quad (\because \boxed{\text{オカ}})$$

$$4k\cdot 5k = 40 \Longleftrightarrow 20k^2 = 40 \Longleftrightarrow k^2 = 2$$

したがって，　$k = \sqrt{2}$

よって，　$\mathrm{AP} = 5\cdot\sqrt{2} = \mathbf{5\sqrt{2}}\cdots\cdots \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$

三角錐 PABC の体積 V_1 について

$$
\begin{aligned}
\mathrm{AG} = \mathrm{AI} + \mathrm{IG} &= 5 + \frac{2}{3}\cdot 3\\
&= 5 + 2\\
&= 7
\end{aligned}
$$

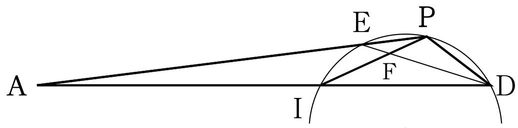
△PAG で三平方の定理を用いると

$$
\begin{aligned}
\mathrm{PG} &= \sqrt{\mathrm{AP}^2 - \mathrm{AI}^2}\\
&= \sqrt{(5\sqrt{2})^2 - 7^2}\\
&= \sqrt{50 - 49}\\
&= \sqrt{1}\\
&= 1 \quad \text{（これがイカサマの理由です笑）}
\end{aligned}
$$

よって，

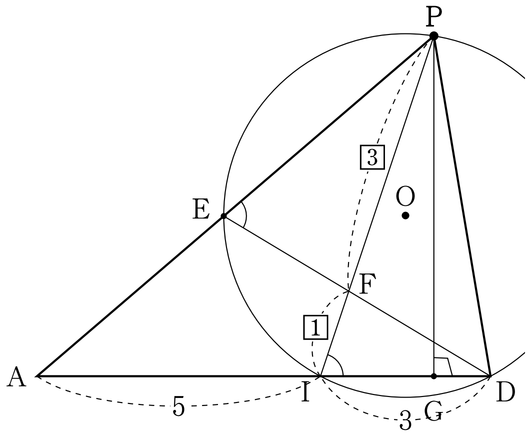
$$
\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{ABC}\cdot\mathrm{PG}\\
&= \frac{1}{3}\cdot 48\cdot 1\\
&= \mathbf{16}\cdots\cdots \boxed{\text{サシ}}
\end{aligned}
$$

次の図が本当の △PAD です。



（O は △PID の外接円の中心）

(ii)［まだ続くのですか？（i）と同じことを繰り返します。これは精神をやられますね。やれやれ。省略せず全部書きます。］



O は △PID の外接円の中心

IF : FP = 1 : 3 のとき，△AIP でメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DI}}\cdot\frac{\mathrm{IF}}{\mathrm{FP}}\cdot\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = 1$$

$$\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = 1$$

$$\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = \frac{3}{8}\cdot\frac{3}{1}$$

$$\frac{\mathrm{PE}}{\mathrm{EA}} = \frac{9}{8}$$

よって，　$\mathrm{PE} : \mathrm{EA} = 9 : 8$

$$\mathrm{AE} : \mathrm{AP} = 8 : 17$$

より，$AE = 8\ell$, $AP = 17\ell$（ℓは正の定数）とおくと，方べきの定理の定理により

$$AE : AP = 40 \quad (\because \boxed{\text{オカ}})$$

$$8k \cdot 17k = 40 \iff k^2 = \frac{40}{8 \times 17}$$

したがって，　$k = \sqrt{\frac{5}{17}}$

よって，　$AP = 17 \cdot \sqrt{\frac{5}{17}} = \sqrt{85}$

$\triangle PAG$ で三平方の定理を用いると

$$\begin{aligned} PG &= \sqrt{AP^2 - AI^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{85})^2 - 7^2} \\ &= \sqrt{85-49} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

したがって，底面 $\triangle ABC$ は共通だから，体積比は高さの比であり，

(i) で求めた $PG = 1$, (ii) で求めた $PG = 6$

であることから，

$$V_2 : V_1 = \mathbf{6 : 1} \cdots\cdots \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}}$$

もとろん，　$\boxed{\text{ソ}}$ …… ②

第 4 問

(1)

(i) A が 2 勝 0 敗のとき，次の表 2 のようになる。

表 2

＼	A	B	C	勝ち数	負け数	抽選
A	＼	○	○	2	0	
B	×	＼			1	
C	×		＼		1	

B と C の対戦の結果がどうであれ（確率は 1），A が優勝する。よって，A が B に勝ち，かつ，C にも勝つ確率を求めればよい。答えは

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \cdots\cdots \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

(ii) A が 1 勝 1 敗で優勝するためには，B も C も 1 勝 1 敗であることが必要である。(←問題の指示文のまま）例えば，A が勝つ相手が B であるとき，A が C に負け B が C に勝つことが必要である。表 2 は， この対戦結果を示す。

表 2

＼	A	B	C	勝ち数	負け数	抽選
A	＼	○	×	1	1	✓
B	×	＼	○	1	1	✓
C	○	×	＼	1	1	✓

この対戦結果になる確率は

A が B に勝ち $\left(\text{確率}\frac{2}{3}\right)$，A が C に負け $\left(\text{確率}\frac{1}{3}\right)$，かつ，B が C に勝つ $\left(\text{確率}\frac{1}{2}\right)$ 場合だから，

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}} \cdots\cdots \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

この対戦結果になり， かつ A が抽選により優勝者に選ばれる確率 $\left(\frac{1}{3}\right)$ は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \cdots\cdots \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

A が勝つ相手は B，C の 2 通りあることに注意すると，A が 1 勝 1 敗 $\left(\text{確率}\frac{1}{9} \times 2\right)$ で，さらに抽選で勝って $\left(\text{確率}\frac{1}{3}\right)$ 優勝する確率は

$$\frac{1}{9} \times 2 \times \frac{1}{3} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{27}} \cdots\cdots \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

であることがわかる。

(i) と (ii) から，A が優勝する確率は

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{27} = \frac{12}{27} + \frac{2}{27} = \frac{14}{27}$$

以下，問題文より

(2) A，B，C，D の 4 人でリーグ戦を行うときに A が優勝する確率を考える。

- A が 3 勝 0 敗ならば，A が優勝する。(B，C の勝敗は任意だから，B，C についての確率は 1）

  この場合の確率は　$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

- A が 1 勝 2 敗ならば，2 勝以上する人がいるため A は優勝しない。

- A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を， 全敗する人がいる場合の確率と全敗する人がいない場合の確率の和として求める。

(i) 全敗する人がいる場合で，かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を求める。全敗する人は B，C，D の 3 通りある。例えば，D が全敗するとき， 対戦結果の一部を示すと表 3 のようになる。

表 3

	A	B	C	D	勝ち数	負け数	抽選
A				○			
B				○			
C				○			
D	×	×	×		0	3	

D が全敗する確率は

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{6}}\ \cdots\cdots\ \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。D が全敗する場合，A が 2 勝 1 敗で優勝するためには，A が D 以外の 2 人との対戦で 1 勝 1 敗となることが必要である。

以上のことから，(1) の (ii) の結果を用い， 全敗する人が B，C，D の 3 通りあることに注意すると， 全敗する人がいる場合で， かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は

(A が 1 勝 1 敗で優勝する確率)

×(B, C, D のいずれかが全敗する確率)

あるから

$$\frac{2}{27}\times\left(\frac{1}{6}\times 3\right)=\mathbf{\frac{1}{27}}\ \cdots\cdots\ \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

(ii) 全敗する人がいない場合で， かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を求める。A が 2 勝 1 敗のとき，A が負ける相手は B，C，D の 3 通りある。例えば，A が負ける相手が B であるとき，対戦結果の一部を示すと表 4 のようになる。

表 4

	A	B	C	D	勝ち数	負け数	抽選
A		×	○	○	2	1	
B	○						
C	×						
D	×				0	3	

このとき，A が優勝するためには，B は 2 勝 1 敗か 1 勝 2 敗であることが必要である。例えば， 表 1 は，A と B が 2 勝 1 敗である対戦結果の一つを示し，A と B の 2 人が抽選の対象となったことを示す。(表 1 は右列上参照)

上の下線部のようになる理由は次の通り。4 人で行うリーグ選なので，試合数は ${}_4C_2=6$， したがって○と×の数はどちらも 6 個。A が 2 勝，B が 1 勝が決まっているとき，全敗する人はいないので残り 3 勝は B，C，D で 1 勝ずつ分け合うことになる。したがって，B は 2 勝 1 敗または 1 勝 2 敗となる。

表 1 (再掲)

	A	B	C	D	勝ち数	負け数	抽選
A		×	○	○	2	1	✓
B	○		○	×	2	1	✓
C	×	×		○	1	1	—
D	×	○	×		1	2	—

全敗する人がいない場合で， かつ A が B に負け C と D に勝ち優勝するときの対戦結果が何通りあるか考える。B，C，D の 3 人のリーグ選でそれぞれが 1 勝ずつする場合だから，3 人がそれぞれ勝つか負けるか 2 通りあり，そのうち，B が 2 勝する場合を考える。次の表 5 の (あ)，(い)，(う) のマスに○と×を書いてみよう。これら 3 つのマスに○，×を書く方法は全部で $2^3=8$ 通りあることに注意しよう。B，C，D が対戦するときどの人がどの人に勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であることから，この 8 通りは同様に確からしい。(後の設問 $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ で使います。)

表 5

	B	C	D
B		(あ)	(い)
C			(う)
D			

B が 2 勝 1 敗のとき，(あ)，(い) のどちらかは○，他方は×。たとえば, (あ) を○, (い) を×としてみると, 次の表 6 になる。

表 6

	B	C	D
B		○	×
C	×		(う)
D	○		

全敗する人がいないので, (う) は○を入れるしかない。よってこのとき 1 通り。また, (あ) を×, (い) を○とした場合も同様に 1 通り。したがって，B が 2 勝 1 敗するときは 2 通り。

次に，B が 1 勝 1 敗のとき，(あ)，(い) はどちらも×が入る。このとき，表 7 のようになる。

表 7

	B	C	D
B		×	×
C	○		(う)
D	○		

(う) は○でも×でもよいので 2 通りある。したがって，B が 1 勝 1 敗の場合は 2 通り。

以上から，全敗する人がいない場合で，かつ A が B に負け C と D に勝ち優勝するときの対戦結果は

$$2+2=\mathbf{4} \cdots\cdots \boxed{ソ}$$

通りある。

A が負ける相手が B，C，D の 3 通りあることに注意すると， 全敗する人がいない場合で， かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は，抽選で優勝が決まる確率が $\frac{1}{2}$ であることを考慮して，

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\times 3\times\frac{4}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}} \cdots\cdots \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$$

(i) と (ii) から，A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は

$$\frac{1}{27}+\frac{1}{9}=\frac{1}{27}+\frac{3}{27}=\frac{4}{27} \cdots\cdots ①$$

である。

以上のことから，A が 3 勝 0 敗で優勝する確率 $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ を考慮すると，A が優勝する確率は

$$①+\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{4}{27}+\frac{8}{27}=\frac{12}{27}=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \cdots\cdots \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$$

であることがわかる。この確率は (1) で求めた 3 人でリーグ戦を行うときに A が優勝する確率 $\left(\frac{14}{27}\right)$ より

$$\frac{14}{27}-\frac{4}{9}=\frac{14}{27}-\frac{12}{27}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{27}} \cdots\cdots \frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナニ}}$$

だけ小さい ……$\boxed{ヌ}$ **⓪**。 (以上)

感 想　今年もこれまでと変わらず最悪のセットでした。解き終わったとき，もう来年からはやめようと思わずにはいられません。地頭天才の人にとっては良問，易問かもしれませんが，田舎の凡才にとってはほぼ拷問に近い出題でした。2 日間朝から晩まで缶詰になって解き続ける受験生には畏敬の念を覚えます。

　大問 1(1) の集合はひねりすぎ。ここまでわかりにくくする必要があったのか。同 (2) の図形も最悪。同じ事を何度もさせる意図は何なんでしょう。大問 2[1] の 2 次関数の (2) 以降の問題の出題意図は何なんでしょう。意味不明です。[2] の統計 (ii) も最悪。簡単な事を無理やりわかりにくく難しく出題する意図は何なのでしょう。大問 3 も同じこを何度もさせる必要あるのか。第 4 問の確率，ぱっと見て誘導がわかりにくい。そんな誘導必要ないから自分で解かせてほしい。

　以上，田舎の凡人の愚痴でした。ここまで読んでくださってありがとうございました。

共通テストのページ

外賀塾のトップのページ