一個人の感想程度の解答です。計算ミス，タイプミス，ケアレスミスがたくさんあると思いますので参考程度に利用してください。それにしても，劣悪なセットですね。本文中の ✏注 は私の感想です。お気になさらずに次にお進みください。

2025 年度 共通テスト数学１・数学 A の解答例

数学 I・数学 A

第 1 問

[1] $(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0$ ……①

(1) $a=1$ のとき，① の左辺は

$$4bx^2+16x-b-8=0$$

b で整理すると

$$(4x^2-1)b+16x-8 \cdots\cdots ②$$

② を因数分解すると

$$(2x+1)(2x-1)b+8(2x-1)$$
$$=(2x-1)\{(2x+1)b+8\}$$
$$=(2x-1)(\mathbf{2}bx+b+\mathbf{8})$$

$\boxed{ア}$ … **2**　$\boxed{イ}$ … **8**

したがって，$x=\dfrac{1}{2}$ は ① の解の一つであることがわかる。

(2) $b=2$ とする。

(i) ① の左辺を因数分解すると

$$(2a+6)x^2+(5a+11)x-10 \cdots\cdots ③$$

[次数がいちばん低い文字 a で整理すると]

$$=2ax^2+6x^2+5ax+11x-10$$
$$=(2x^2+5x)a+6x^2+11x-10$$
$$=x(2x+5)a+(2x+5)(3x-2)$$
$$=(2x+5)\{xa+(3x-2)\}$$
$$=(\mathbf{2}x+\mathbf{5})\{(a+\mathbf{3})x-\mathbf{2}\} \cdots\cdots ④$$

$\boxed{ウ}$ … **2**　$\boxed{エ}$ … **5**　$\boxed{オ}$ … **3**　$\boxed{カ}$ … **2**

✏注　たすき掛けもできるが本番では安全策で上のように解くのがベスト。

(ii) $a=2\sqrt{2}$ のとき，① の解は

$$x=-\frac{5}{2},\ \frac{2}{a+3}$$

ここで，$a=2\sqrt{2}$ だから

$$\frac{2}{a+3}=\frac{2}{2\sqrt{2}+3}$$
$$=\frac{2}{2\sqrt{2}+3}=\frac{2(2\sqrt{2}-3)}{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)}$$
$$=\frac{4\sqrt{2}-6}{8-9}=\mathbf{6}-\mathbf{4}\sqrt{2}$$

$\boxed{キ}$ … **6**　$\boxed{ク}$ … **4**

(iii) $a=-3$ であることは，① の解が $x=-\dfrac{5}{2}$ だけであるための何条件かを考える。

① に $a=-3,\ b=2$ を代入すると

$0\cdot x^2-4x-10=0$

$-4x-10=0$

すなわち，解は　$x=-\dfrac{5}{2}$　のみであるから，$a=-3$ であることは必要条件である。

逆を考えよう。① が $x=-\dfrac{5}{2}$ だけを解にもつとき，次の 2 つの場合が考えられる。

[1] x^2 の係数が 0 で，$(5a+11)x-10=0$ が $x=-\dfrac{5}{2}$ を解にもつ。

[2] ① が x の 2 次方程式で $x=-\dfrac{5}{2}$ を重解にもつ。

[1] の場合，上で見たように　$a=-3$

[2] の場合，④ より　$(a+3)x-2=0$ が $x=-\dfrac{5}{2}$ を解にもつから

$$(a+3)\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-2=0$$

両辺に -2 を掛けて

$$5(a+3)+4=0$$
$$5a+15+4=0$$
$$5a=-19$$
$$a=-\frac{19}{5}$$

したがって，逆は成り立たない。

以上から，答えは

$\boxed{ケ}$ … **①**　「十分条件であるが，必要条件ではない」

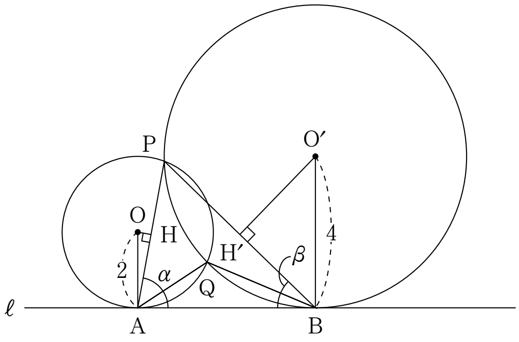
「P $\Longrightarrow$ Q が真」のとき，
P は Q であるための十分条件
Q は P であるための必要条件

[2]

(1) $\angle\mathrm{AOH}=90^\circ-\angle\mathrm{OAH}$
$=90^\circ-(90^\circ-\angle\mathrm{PAB})$
$=\angle\mathrm{PAB}=\alpha$

$\triangle\mathrm{OAH}$ に着目すると

$$\frac{\mathrm{AH}}{\mathrm{OA}}=\sin\angle\mathrm{AOH}$$



$$\frac{AH}{2}=\sin\alpha$$

よって　　$AH=\mathbf{2}\sin\alpha$　$\boxed{コ}$ … **2**

すると

$PA=2AH=2\times2\sin\alpha=\mathbf{4}\sin\alpha$ …… ①

$\boxed{サ}$ … **4**

同様にして

$PB=2BH'=2\times4\sin\beta=\mathbf{8}\sin\beta$ …… ②

$\boxed{シ}$ … **8**

$\triangle$PAB の外接円の半径を R_1 とおくと，正弦定理により

$$\frac{PA}{\sin\boldsymbol{\beta}}=\frac{PB}{\sin\boldsymbol{\alpha}}=2R_1 \text{ …… ③}$$

$\boxed{ス}$ … **①**　$\boxed{セ}$ … **⓪**

が成り立つので

$$PA\sin\alpha=PB\sin\beta \text{ …… ④}$$

この式に，① と ② を代入することにより

$$4\sin\alpha\cdot\sin\alpha=8\sin\beta\cdot\sin\beta$$
$$\sin^2\alpha=2\sin^2\beta$$

$\sin\alpha>0,\ \sin\beta>0$ であるから

$$\sin\alpha=\sqrt{\mathbf{2}}\sin\beta$$　$\boxed{ソ}$ … **2**

これを ④ に代入すると

$$PA\cdot\sqrt{2}\sin\beta=PB\sin\beta$$

両辺を $\sin\beta$ で割ると

$$\sqrt{2}\,PA=PB$$

よって　　$PB=\sqrt{2}\,PA$ …… ⑤

③ より

$$\frac{PB}{\sin\alpha}=2R_1$$
$$\frac{\sqrt{2}\,PA}{\sin\alpha}=2R_1$$
$$\frac{\sqrt{2}\cdot4\sin\alpha}{\sin\alpha}=2R_1$$
$$4\sqrt{2}=2R_1$$

よって　　$R_1=\mathbf{2\sqrt{2}}$

$\boxed{タ}$ … **2**　$\boxed{チ}$ … **2**

➾注　誘導がわかりにくくて，試験会場では最後まで辿り着けないかも。くそみたいな誘導はやめて，受験生のやり方で解かせて欲しい。

(2) $\triangle$QAB の外接円の半径を R_2 とおくと，正弦定理より

$$\frac{AB}{\sin\angle AQB}=2R_2 \text{ …… ⑥}$$

ここで，接線と弦の作る角の性質より

$$\angle QAB=\angle APQ,\ \angle QBA=\angle BPQ$$

よって

$$\begin{aligned}\angle AQB&=180^\circ-(\angle QAB+\angle QBA)\\&=180^\circ-(\angle APQ+\angle BPQ)\\&=180^\circ-\angle APB\end{aligned}$$

したがって

$$\mathbf{\sin\angle AQB}=\sin(180^\circ-\angle APB)=\mathbf{\sin\angle APB}$$

$\boxed{ツ}$ … **①**

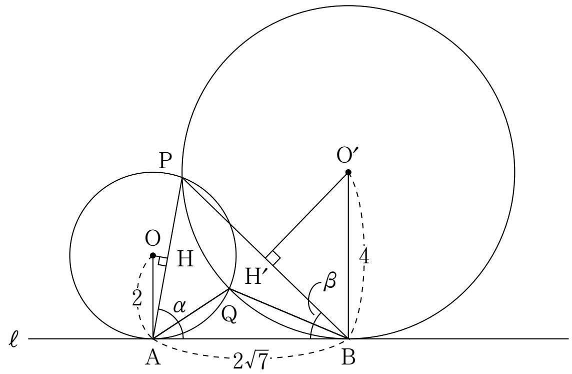
ゆえに ⑥ は　　$\dfrac{AB}{\sin\angle APB}=2R_2$

一方，$\triangle$PAB において正弦定理を用いると

$$\frac{AB}{\sin\angle APB}=2R_1$$

したがって　　$\boldsymbol{R_1=R_2}$　$\boxed{テ}$ … **①**

(3)



$AB=2\sqrt{7}$ のとき，正弦定理により

$$\frac{AB}{\sin\angle APB}=2R_1$$
$$\frac{2\sqrt{7}}{\sin\angle APB}=2\times2\sqrt{2}$$
$$\frac{\sin\angle APB}{2\sqrt{7}}=\frac{1}{2\times2\sqrt{2}}$$

よって

$$\sin\angle APB=\frac{2\sqrt{7}}{2\times2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{14}}{4}}$$

$\boxed{トナ}$ … **14**　$\boxed{ニ}$ … **4**

また，⑤ より $PB=\sqrt{2}\,PA$ であるから，$\triangle$PAB で**余弦定理**を用いて PA を求めよう。

準備として $\cos\angle PAB$ を求める。$\angle APB$ は鋭角だから，$\cos\angle APB>0$

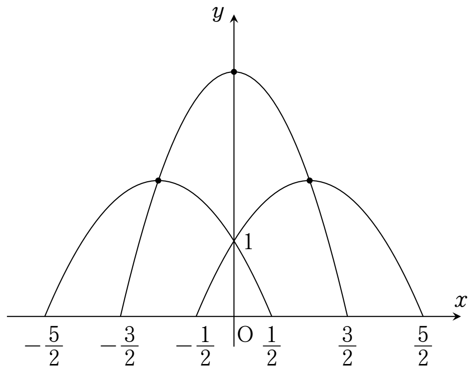
よって

$$\cos\angle\mathrm{APB} = \sqrt{1-\sin^2\angle\mathrm{APB}}$$
$$= \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{14}}{4}\right)^2}$$
$$= \sqrt{1-\frac{14}{16}}$$
$$= \sqrt{\frac{2}{16}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{4}$$

したがって

$$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{PA}^2 + \mathrm{PB}^2 - 2\,\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}\cos\angle\mathrm{APB}$$
$$(2\sqrt{7})^2 = \mathrm{PA}^2 + (\sqrt{2}\,\mathrm{PA})^2 - 2\mathrm{PA}\cdot(\sqrt{2}\,\mathrm{PA})\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}$$
$$28 = \mathrm{PA}^2 + 2\,\mathrm{PA}^2 - \mathrm{PA}^2$$
$$2\,\mathrm{PA}^2 = 28$$
$$\mathrm{PA}^2 = 14$$
$$\mathrm{PA} = \sqrt{\mathbf{14}} \qquad \boxed{\text{ヌネ}} \cdots \mathbf{14}$$

第２問



(1) C_1 のグラフの方程式を $y = ax^2 + bx + c$ とおく。

C_1 は点 $(0, 1)$ を通るから　$\boldsymbol{c = 1}$ ……$\boxed{\text{ア}}$

改めて

$$y = a\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

とおくと，点 $(0, 1)$ を通ることから

$$1 = a\cdot\frac{5}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$-\frac{5}{4}a = 1$$
$$a = -\frac{4}{5}$$

したがって，C_1 の方程式は

$$y = -\frac{4}{5}\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$$
$$= -\frac{4}{5}\left(x^2+2x-\frac{5}{4}\right)$$
$$= -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{x^2} - \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{x} + 1$$
$$y = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}x^2 - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} + \boxed{\text{ア}}$$

また，これを平方完成すると

$$y = -\frac{4}{5}\left(x^2+2x-\frac{5}{4}\right)$$
$$= -\frac{4}{5}(x^2+2x)+1$$
$$= -\frac{4}{5}\{(x+1)^2-1\}+1$$
$$= -\frac{4}{5}(x+1)^2+\frac{4}{5}+1$$
$$= -\frac{4}{5}(x+1)^2+\frac{9}{5}$$

よって，C_1 の頂点の y 座標　$\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}$ ……$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$

C_2 の方程式は $y = d\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$ とおける。

C_1 の頂点 $\left(-1,\ \frac{9}{5}\right)$ を通るから

$$\frac{9}{5} = d\left(-1+\frac{3}{2}\right)\left(-1-\frac{3}{2}\right)$$
$$\frac{9}{5} = d\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)$$
$$-\frac{5}{4}d = \frac{9}{5}$$
$$-\frac{5}{4}d = \frac{9}{5}$$
$$d = \frac{9}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$$
$$= -\frac{36}{25}$$

よって，C_2 の方程式は

$$y = -\frac{36}{25}\left(x^2-\frac{9}{4}\right)$$
$$= -\frac{36}{25}x^2+\frac{81}{25}$$

したがって，C_2 の頂点の y 座標は $\frac{\mathbf{81}}{\mathbf{25}}$ ……$\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$

$$\frac{81}{25}\div\frac{9}{5} = \frac{81}{25}\times\frac{5}{9} = \frac{9}{5} = 1.8$$

よって，大きな噴水の高さは，小さな噴水の高さの約 **2** 倍である。……$\boxed{\text{シ}}$ **⓪**

(2) C_2 と x 軸の 2 つの交点の x 座標をそれぞれ $-p,\ p\ (p > 0)$ とする。このとき，C_2 の方程式は，e を定数として

$$y = e(x-p)(x+p)\ (d\ \text{は定数})$$
$$= e(x^2-p^2)$$
$$= ex^2-ep^2$$

とおける。

C_2 は C_3 の頂点 $\left(1,\ \frac{9}{5}\right)$ と y 軸上の点 $(0, 5)$ を通るから

$$\begin{cases} \dfrac{9}{5} = e\cdot 1^2 - ep^2 & \cdots\cdots Ⓐ \\ -ep^2 = 5 & \cdots\cdots Ⓑ \end{cases}$$

Ⓑ を Ⓐ に代入して

$$\frac{9}{5}=e+5$$

$$e=\frac{9}{5}-5=-\frac{16}{5}$$

これを Ⓑ に代入して

$$-\left(-\frac{16}{5}\right)p^2=5$$

$$p^2=5\cdot\frac{5}{16}$$

$$p^2=\frac{25}{16}$$

$$p=\pm\frac{5}{4}$$

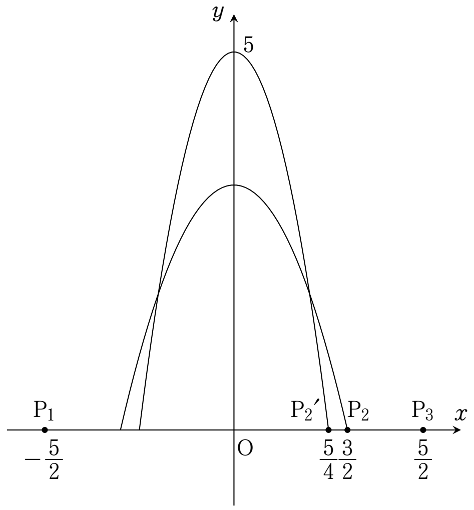
$p>0$ であるから　$p=\dfrac{5}{4}$

よって，$P_2{}'$ の方程式は　$y=-\dfrac{16}{5}\left(x+\dfrac{5}{4}\right)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)$

$$P_2\left(\frac{3}{2},\,0\right),\ P_2\left(\frac{5}{4},\,0\right)$$

であるから，$P_2{}'$ は P_2 より $\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{4}=\dfrac{\mathbf{1}\ \boxed{\text{ス}}}{\mathbf{4}\ \boxed{\text{セ}}}$ だけ

$\mathbf{P_1}$ $\boxed{\text{ソ}}$ **⓪** の方に ある。

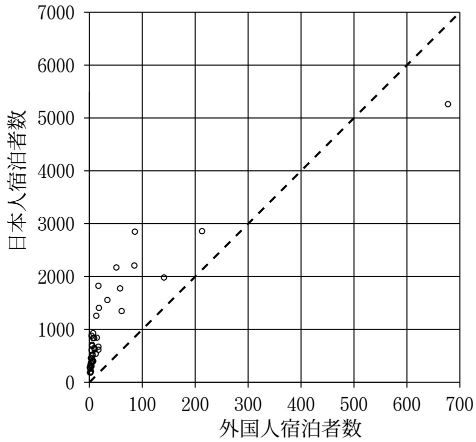


注　まあ，何というか，何がしたいのかよくわからない問題。日常生活と数学が深く関わっていることをテーマにしているのか？ 日常生活に現れる数学って，本当はもっと想像を絶するほど難解なものなのだが，放物線くらいしか題材にできないのだろう。とにかくひどい。整数にすれば簡単すぎるので分数にしました，的な安易な作り方がなんとも腹立たしい。日常生活云々という視点で数学の問題を作るのは方向がずれていると感じるのは私だけだろうか。この問題を見て，美しいと誰が思うのだろう。もういい加減にしていただきたい。数学の有識者の皆様，是非立ち上がってください。

[2] [国土交通省の Web ページから宿泊者数の pdf ファイルをダウンロードして，相関図を作ってみました。]

(1)

(i)



(a) 令和 4 年について，外国人宿泊者数が 100 を超え，かつ日本人宿泊者数が 2500 を超える都道府県の数は 2 である。

外国人宿泊者数が 100 を超えているのは 3 都道府県，その中で日本人宿泊者数が 2500 を超えているのは 2 都道府県であるから，(a) は正しい。

(b) 令和 4 年について，日本人宿泊者数が外国人宿泊者数の 10 倍未満である都道府県の割合は 50 %未満である。

日本人宿泊者数が外国人宿泊者数の 10 倍未満である都道府県は破線より下にある都道府県であるが，それは 1 つ（東京都）しかない。したがって，割合は $\dfrac{1}{47}\times100=2.1276\cdots\%$ であるから，(b) は正しい。

したがって，$\boxed{\text{タ}}$ **⓪**

(ii)

都道府県	日本人宿泊者数
P1	182
P2	187
P3	197
P4	204
P5	255
P6	270
P7	276
P8	286
P9	303
P10	321
P11	328
P12	351

都道府県	日本人宿泊者数
P13	373
P14	388
P15	395
P16	401
P17	405
P18	452
P19	458
P20	501
P21	522
P22	537
P23	605
P24	613

都道府県	日本人宿泊者数
P25	620
P26	625
P27	646
P28	670
P29	683
P30	705
P31	831
P32	832
P33	839
P34	876
P35	925
P36	1251

都道府県	日本人宿泊者数
P37*	1339
P38	1399
P39	1547
P40*	1765
P41	1814
P42*	1970
P43*	2158
P44*	2195
P45*	2831
P46*	2839
P47*	5226

中央値（第 2 四分位数）は $(1+47)\div 2=24$ より P24 の 613。

第 1 四分位数は $(1+23)\div 2=12$ より P12 の 351。

第 3 四分位数は $(25+47)\div 2=36$ より P36 の 1251。

したがって，四分位範囲は　$1251-351=$ **900**

$\boxed{チ}$　④

日本人宿泊者数についての外れ値は，四分位範囲が 900 であるから

「（第 1 四分位数）$-1.5\times$（四分位範囲）」以下の値
「（第 3 四分位数）$+1.5\times$（四分位範囲）」以上の値

に従うと，

$351-1.5\times 900=-999$, $1251+1.5\times 900=2601$ より -999 以下，2601 以上 であるから P45，P46，P47 である。

したがって，$\boxed{ツ}$ は **3**

(2)［公式通りに計算しよう］

分散
1　$(z_i-\overline{z})^2$ の和を度数で割る
2　(2 乗の平均)$-$(平均)^2
［ここでは **1** を使おう］

$$
\begin{aligned}
{s_z}^2 &= \frac{1}{47}\{(z_1-\overline{z})^2+(z_2-\overline{z})^2+\cdots+(z_{47}-\overline{z})^2\}\\
&= \frac{1}{47}\{((x_1-\overline{x})+(y_1-\overline{y}))^2\\
&\quad +((x_2-\overline{x})+(y_2-\overline{y}))^2\\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\quad +((x_{47}-\overline{x})+(y_{47}-\overline{y}))^2\}\\
&= \frac{1}{47}\{((x_1-\overline{x})^2+2(x_1-\overline{x})(y_1-\overline{y})+(y_1-\overline{y})^2)\\
&\quad +((x_2-\overline{x})^2+2(x_2-\overline{x})(y_2-\overline{y})+(y_2-\overline{y})^2)\\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\quad +((x_{47}-\overline{x})^2+2(x_{47}-\overline{x})(y_{47}-\overline{y})+(y_{47}-\overline{y})^2)\}\\
&= \frac{1}{47}\{((x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_{47}-\overline{x})^2)\\
&\quad +2((x_1-\overline{x})(y_1-\overline{y})+(x_2-\overline{x})(y_2-\overline{y})+\cdots+\\
&\quad (x_{47}-\overline{x})(y_{47}-\overline{y}))\\
&\quad +((y_1-\overline{y})^2+(y_2-\overline{y})^2+\cdots+(y_{47}-\overline{y})^2)\}\\
&= {s_x}^2+2s_{xy}+{s_y}^2
\end{aligned}
$$

したがって　$\boxed{テ}$ は ④

また，x と y には正の相関があるから $s_{xy}>0$

よって，

$$ {s_z}^2={s_x}^2+2s_{xy}+{s_y}^2>{s_x}^2+{s_y}^2 $$

したがって　$\boxed{ト}$ は ⓪

(3) 実験結果を用いると，35 枚の硬貨のうち 23 枚以上が表となった割合は，

$$ 2.4+0.9+0.5+0.4+0.0+0.1=4.3 $$

よって　$\boxed{ナ}.\boxed{ニ}$ …… **4.3**

$4.3<5$ であるから，仮説は誤っていると判断できる。したがって，今回のアンケート結果からは，キャンペーン A の方がよいと思っている人が多いといえる。

$\boxed{ヌ}$ …… ⓪
$\boxed{ネ}$ …… ⓪

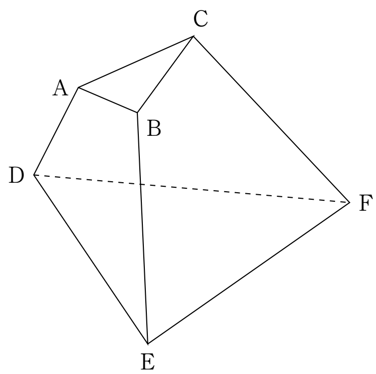
✐**注**　仮説検定，こんな簡単でいいのでしょうか。とはいうものの，(2) の展開が面倒です。

$$
\begin{aligned}
(z_1-\overline{z})^2 &= \{(x_1-\overline{x})+(y_1-\overline{y})\}^2\\
&= (x_1-\overline{x})^2+2(x_1-\overline{x})(y_1-\overline{y})+(y_1-\overline{y})^2
\end{aligned}
$$

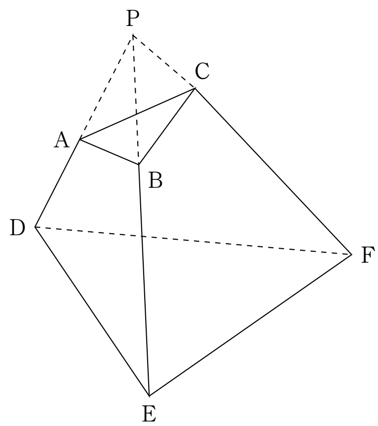
のように 2 乗の展開公式で展開し，2，3，…，n まで展開してそれらを加えて 47 で割るという計算をしています。書くと難しそうですが，やっていることはかなり単純です。が，簡単ではないかも。

第 3 問

［最後で分かりますが，与えられたこの図は例によって嘘っぱちです。］



(1)



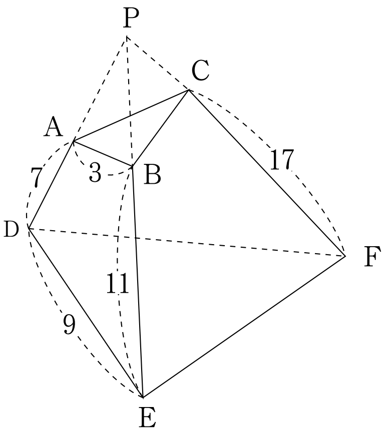
点 P は直線 AD 上にあり，直線 AD は平面 ABED と**平面 ACFD** … $\boxed{\text{ア}}$ ② との交点であるから，点 P は平面 ACFD 上にあることがわかる。

また, 点 P は直線 BE 上にあり, 直線 BE は平面 ABED と**平面 BCFE** … $\boxed{\text{イ}}$ ③ との交点であるから，点 P は平面 BDFE 上にあることがわかる。

同様に考えると，点 P は直線 CF 上にあることもわかる。したがって, 3 直線 AD, BE, CF は点 P で交わる。

(2)

(i)



PA : PE ＝ 1 : 3 であるから

$3\text{PA} = \text{PE} = \text{PB} + \text{BE} = \text{PB} + \mathbf{11}$ …… ①

同様に

$3\text{PB} = \text{PD} = \text{PA} + \text{AD} = \text{PA} + \mathbf{7}$ …… ②

よって，①, ② を連立させて解く。

$3\text{PA} - \text{PB} = 11$ …… ①

$-\text{PA} + 3\text{PB} = 11$ …… ②

$$\begin{array}{rcrcr} ①\times 3 & : & 9\text{PA} - 3\text{PB} & = & 33 \\ +\ )\ ② & : & -\text{PA} + 3\text{PB} & = & 7 \\ \hline & & 8\text{PA} & = & 40 \end{array}$$

よって　PA ＝ **5** …… $\boxed{\text{キ}}$

① より

$3 \times 5 - \text{PB} = 11$

$-\text{PB} = -4$

PB ＝ **4** …… $\boxed{\text{ク}}$

以上から

$\text{PD}^2 + \text{DE}^2 = 12^2 + 9^2$

$= 144 + 81$

$= 225 = 15^2 = \text{PE}^2$

したがって　$\angle\text{PDE} = 90°$

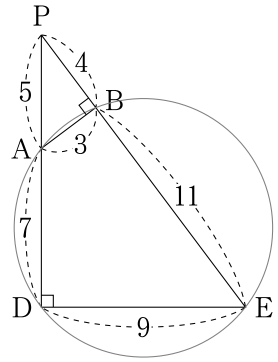
また

$\text{AB}^2 + \text{BP}^2 = 3^2 + 4^2$

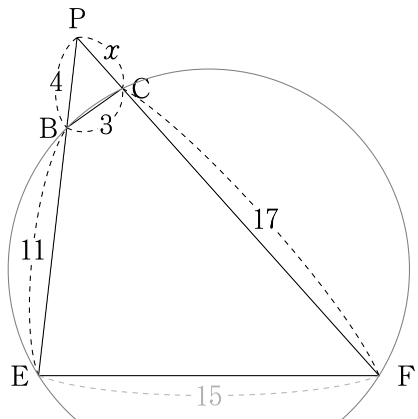
$= 9 + 16$

$= 25 = 5^2 = \text{PA}^2$

したがって　$\angle\text{PBA} = 90°$



(ii)



PC ＝ x とおくと，方べきの定理の定理より

$\text{PB} \cdot \text{PE} = \text{PC} \cdot \text{PF}$

$4 \cdot (4 + 11) = x \cdot (x + 17)$

$4 \cdot 15 = x^2 + 17x$

$x^2 + 17x - 60 = 0$

$(x + 20)(x - 3) = 0$

$x = -20,\ 3$

$x > 0$ より　$x = \text{PC} = \mathbf{3}$ …… $\boxed{\text{ク}}$

△PBC ∽ △PFE であり，相似比は

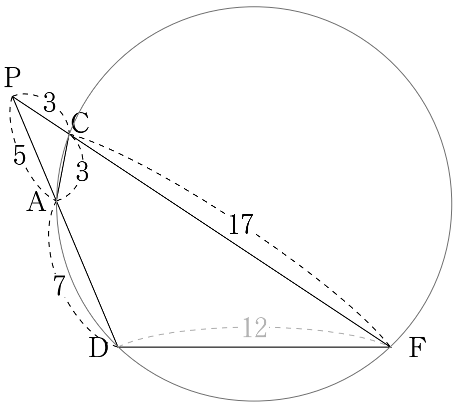
PB : PF ＝ 4 : (3 ＋ 17) ＝ 4 : 20 ＝ 1 : 5

よって

$$\mathrm{BC} : \mathrm{EF} = 1 : 5$$

$$3 : \mathrm{EF} = 1 : 5$$

$$\mathrm{EF} = 3 \times 5 = \mathbf{15} \cdots\cdots \boxed{\text{コサ}}$$



$\triangle\mathrm{PAC} \backsim \triangle\mathrm{PFD}$ であり，相似比は

$$\mathrm{PC} : \mathrm{PD} = 3 : (5+7) = 3 : 12 = 1 : 4$$

よって

$$\mathrm{AC} : \mathrm{DF} = 1 : 4$$

$$3 : \mathrm{DF} = 1 : 4$$

$$\mathrm{DF} = 3 \times 4 = \mathbf{12} \cdots\cdots \boxed{\text{シス}}$$

(iii)

$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{PDE} = 90^\circ$

$\triangle\mathrm{DEF} \equiv \triangle\mathrm{DEP}$ であるから

$\angle\mathrm{EDF} = \angle\mathrm{EDP} = 90^\circ$

$\angle\mathrm{ADF} = \angle\mathrm{PDF} > 90^\circ$

$\angle\mathrm{EDF} = \angle\mathrm{PDE} = 90^\circ$

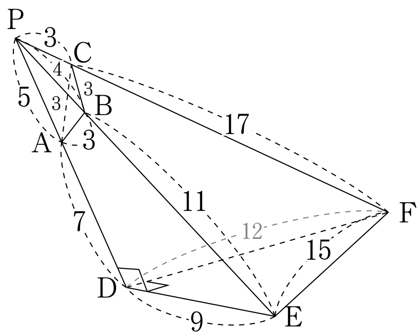
実際の図は下のような立体に近いと考えられる。DE ⊥ DP, DF ⊥ DP であるから平面 ABED と平面 DEF は平面 ACFD と垂直である。したがって，平面 PDF 上のどんな直線とも直線 DE は垂直である。

(a) は偽。$\angle\mathrm{ADF} > 90^\circ$ であるから。

(b) は真。

(c) は真。

ゆえに $\boxed{\text{セ}}$ … ④



第 4 問

(1) 1 回目に当たりが出る確率は $\dfrac{3}{16}$ …… ① であり，1 回目に当たりが出ず 2 回目に当たりが出る確率は $\dfrac{1}{8}$ …… ② であるから，求める確率は

$$① + ② = \frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16} + \frac{2}{16}$$

$$= \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{16}} \cdots \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

「1 回目，2 回目とも当たりが出ない」の余事象は「1 回目または 2 回目に当たりが出る」でるから，求める確率は 1 から $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ を引いたものである。

よって，答えは $1 - \dfrac{5}{16} = \dfrac{\mathbf{11}}{\mathbf{16}} \cdots \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$

「1 回も当たりが出ない」の余事象は「1 回目または 2 回目または 3 回目に当たりが出る」であるから，求める確率は 1 から枠内のゲームで与えられた確率の和を引けば求められる。

よって，答えは

$$1 - \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) = 1 - \left(\frac{3}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16}\right)$$

$$= 1 - \frac{6}{16} = 1 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}} \cdots \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

(2)

(i) 数量 X の期待値は下の表から

$$0 \times \frac{5}{8} + 1200 \times \frac{3}{8} = \mathbf{450} \cdots \boxed{\text{コサシ}}$$

X	0	1200	計
確率	$\dfrac{5}{8}$	$\dfrac{3}{8}$	1

(ii) 参加料 500 円。

X 円の期待値 450 円は参加料の金額 500 円**未満である** … $\boxed{\text{ス}}$ **⓪** 。したがって，主催者は 500 円という設定について**妥当である** … $\boxed{\text{セ}}$ **⓪** と判断する。

(3)

支払い方法 2… くじを引く前にそれぞれの料金 a 円を支払う。

(i) $a = 170$ とする。

Y	170	340	510	計
確率	$\dfrac{3}{16}$	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{11}{16}$	1

数量 Y の期待値は

$$170 \times \frac{3}{16} + 340 \times \frac{1}{8} + 510 \times \frac{11}{16}$$

$$= \frac{3\times170}{16} + \frac{2\times170\times2}{16} + \frac{3\times170\times11}{16}$$

$$= \frac{170}{16}(3+2\times2+3\times11)$$

$$= \frac{170}{16}(3+4+33)$$

$$= \frac{170}{16}\times40$$

$$= \frac{170}{2}\times5 = 85\times5 = \mathbf{425} \cdots \boxed{\text{ソタチ}}$$

注　1回目に当たりが出た場合$\left(\text{確率は}\frac{3}{16}\right)$くじ引き料は引く前に払った170円，1回目に当たりが出ず2回目に当たりが出た場合$\left(\text{確率は}\frac{1}{8}\right)$，$170\times2=340$円，1，2回目に当たりが出ず3回目に当たりが出た場合$\left(\text{確率は}\frac{11}{16}\right)$，$170\times3=510$円である。

(ii) (2)の(i)で求めたX円の期待値450円は，$a=170$と設定した場合の**支払い方法2**で参加者が支払う参加料Y円の期待値425円**以上である** … $\boxed{\text{ツ}}$ ①。したがって，主催者はくじ引き料170円という設定について**妥当ではない** … $\boxed{\text{ツ}}$ ① と判断する。

くじ引き料がa円のとき，Yの期待値は下の表から

Y	a	2a	3a	計
確率	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

$$a\times\frac{3}{16} + 2a\times\frac{1}{8} + 3a\times\frac{11}{16}$$

$$= \frac{3a}{16} + \frac{2a\times2}{16} + \frac{3a\times11}{16}$$

$$= \frac{a}{16}(3+4+33) = \frac{40}{16}a = \frac{5}{2}a$$

よって，これが450を超えれば，主催者がくじ引き料の設定が妥当であると判断する。

$\frac{5}{2}a > 450$ より　$a > 450\times\frac{2}{5} = \mathbf{180} \cdots \boxed{\text{トナニ}}$

（以上）

共通テストのページ

外賀塾のトップのページ