解答を始める前に少し愚痴らせてください。数学1Aに比べるとはるかに簡単な問題が並んでいます。教科書の例題に出てきてもおかしくないような問題ばかりです。ただ，設問が穴埋めということで，数学1Aと同様，考えることができないのです。致命的です。教科書の例題のような設問に，長ったらしい導入をつけ，受験生にサービスしていると思っているとしたら大きな間違いです。考える力を試しているんじゃないのですか？誘導に乗って穴埋めしていくことが考えることなのですか？すべての問題で，誘導とは別に，自分で式を立てて考えていかないと正解にたどり着けません。ほんとにこれでいいのでしょうか？数学界で力のある方々，立ち上がってください。このままでいくと高校数学の未来はありません。

$\boxed{\text{第1問}}$

〔1〕

(1) $x=\frac{\pi}{6}$ のとき

$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\sin(2\times\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

だから

$\sin x<\sin 2x$

⓪ $\boxed{\text{ア}}$

$x=\frac{2}{3}\pi$ のとき

$\sin\frac{2}{3}\pi=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin(2\times\frac{2}{3}\pi)=\sin\frac{4}{3}\pi=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

だから

$\sin x>\sin 2x$ ② $\boxed{\text{イ}}$

(2) $\sin 2x-\sin x=2\sin x\cos x-\sin x$

$=\sin x(2\cos x-1)$

$\boxed{\text{ウ}}$ $\boxed{\text{エ}}$

よって, $\sin 2x-\sin x>0$

$\Leftrightarrow$「$\sin x>0$ かつ $2\cos x-1>0$」…①

または

「$\sin x<0$ かつ $2\cos x-1<0$」…②

$0\leqq x\leqq 2\pi$ のとき

(i) ①のとき

$\sin x>0 \Leftrightarrow 0<x<\pi$

$2\cos x-1>0 \Leftrightarrow \cos x>\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 0\leqq x<\frac{\pi}{3}$, $\frac{5}{3}\pi<x\leqq 2\pi$

よって, $0<x<\frac{\pi}{3}$ $\boxed{\text{オ}}$

(ii) ②のとき

$\sin x<0$ より $\pi<x<2\pi$

$2\cos x-1<0 \Leftrightarrow \cos x<\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3}<x<\frac{5}{3}\pi$

よって, $\pi<x<\frac{5}{3}\pi$ $\boxed{\text{カ}}$ $\boxed{\text{キ}}$

(3) $\sin 4x-\sin 3x>0$ … Ⓐ

$2\cos\frac{4x+3x}{2}\cdot\sin\frac{4x-3x}{2}>0$

$\Leftrightarrow \cos\frac{7}{2}x\cdot\sin\frac{x}{2}>0$

よって,

Ⓐ $\Leftrightarrow$「$\cos\frac{7}{2}x>0$ かつ $\sin\frac{x}{2}>0$」…④

⓪ $\boxed{\text{ク}}$ ⑦ $\boxed{\text{ケ}}$

または「$\cos\frac{7}{2}x<0$ かつ $\sin\frac{x}{2}<0$」…⑤

$0\leqq x\leqq\pi$ のとき

$0\leqq\frac{7}{2}x\leqq\frac{7}{2}\pi$, $0\leqq\frac{x}{2}\leqq\frac{\pi}{2}$ より

(i) ④のとき

$\cos\frac{7}{2}x>0 \Leftrightarrow 0\leqq\frac{7}{2}x<\frac{\pi}{2}$,

$\frac{3}{2}\pi<\frac{7}{2}x<\frac{5}{2}\pi$

$\Leftrightarrow 0\leqq x<\frac{\pi}{7}$, $\frac{3}{7}\pi<x<\frac{5}{7}\pi$

$\sin\frac{x}{2}>0 \Leftrightarrow 0<\frac{x}{2}<\frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow 0<x<\pi$

よって, $0<x<\frac{\pi}{7}$, $\frac{3}{7}\pi<x<\frac{5}{7}\pi$

(ii) ⑤のとき

$\cos\frac{7}{2}x<0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2}<\frac{7}{2}x<\frac{3}{2}\pi$,

$\frac{5}{2}\pi<\frac{7}{2}x<\frac{7}{2}\pi$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{7}<x<\frac{3}{7}\pi,\ \frac{5}{7}\pi<x<\pi$

$\sin\frac{x}{2}<0 \Leftrightarrow x$ は存在しない.

よって, (i)より

$\underline{0<x<\frac{\pi}{7}},\ \underline{\frac{3}{7}\pi}<x<\underline{\frac{5}{7}\pi}$

$\boxed{コ}$ $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ $\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$

(4) $0\leqq x\leqq 2\pi$ のとき

$\sin 2x>\sin x \Leftrightarrow 0<x<\frac{\pi}{3},\ \pi<x<\frac{5}{3}\pi$

$0\leqq x\leqq \pi$ のとき

$\sin 4x>\sin 3x \Leftrightarrow 0<x<\frac{\pi}{7},$

$\frac{3}{7}\pi<x<\frac{5}{7}\pi \quad \cdots\cdots$ Ⓒ

Ⓑ で $x\to 2x$ とすると

$\sin 4x>\sin 2x \Leftrightarrow 0<2x<\frac{\pi}{3},\ \pi<2x<\frac{5}{3}\pi$

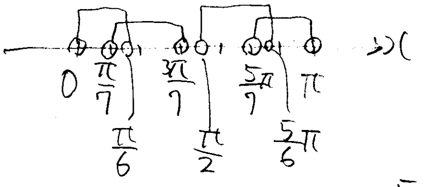
$\Leftrightarrow 0<x<\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi \cdots$ Ⓓ

これは $0\leqq x\leqq \pi$ をみたす.

Ⓒより, $\sin 4x<\sin 3x$ のとき

$\frac{\pi}{7}<x<\frac{3}{7}\pi,\ \frac{5}{7}\pi<x<\pi \quad \cdots$ Ⓔ

Ⓓかつ Ⓔ より



$\underline{\frac{\pi}{7}<x<\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{7}\pi<x<\frac{5}{6}\pi}$

$\boxed{ソ}$ $\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$

②

[2]

(1) $a>0,\ a\neq 1,\ b>0$ のとき,

$\log_a b=x$ とおくと $\underline{a^x=b}$ ② $\boxed{ツ}$

(2)

(i) $\log_5 25=\log_5 5^2=\underline{2}$ $\boxed{テ}$

$\log_9 27=\frac{\log_3 27}{\log_3 9}=\frac{\log_3 3^3}{\log_3 3^2}=\underline{\frac{3}{2}}$ $\frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$

(ii) $\log_2 3=\frac{q}{p} \Leftrightarrow 2^{\frac{q}{p}}=3$

両辺を p 乗して $(2^{\frac{q}{p}})^p=3^p$

$\Leftrightarrow 2^q=3^p$ ② $\boxed{ニ}$

(iii) 選択肢の中では ⑤ $\boxed{ヌ}$

$\boxed{第2問}$

[1]

(1) $f(x)=x^2(k-x)\ (k>0)$

$f(x)=0$ を解くと

$x^2=0$ または $k-x=0$

よって, $x=0$(重解), $x=k$

x 軸との共有点の座標は

$(0,0),(\underline{k},0)$ ④ $\boxed{ア}$

$f(x)=kx^2-x^3$ より

$f'(x)=2kx-3x^2=\underline{-3x^2+2kx}$

$\boxed{イウ}$ $\boxed{エ}$

$f'(x)=0$ を解くと $-x(3x-2k)=0$

$\Leftrightarrow x=0,\ \frac{2}{3}k$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}k$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

$f(0)=0$,

$f\left(\frac{2}{3}k\right)=\left(\frac{2}{3}k\right)^2\left(k-\frac{2}{3}k\right)$

$=\frac{4}{9}k^2\cdot\frac{k}{3}=\frac{4}{27}k^3$

よって、$f(x)$は

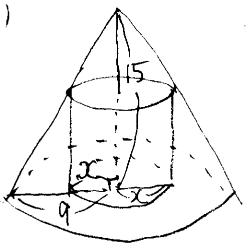
$x=0$で極小値0

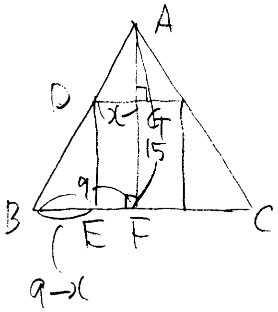
$x=\frac{2}{3}k$で極大値$\frac{4}{27}k^3$

をとる。

$\boxed{オ}$ 0, $\boxed{カ}$ 0, $\boxed{キ}$ 3, $\boxed{ク}$ 9

(2)





左図で△BDE
∽△BAF
よって、
BE : BF = DE : AF
$(9-x):9=DE:15$

よって、$9DE=15(9-x)$

$\Leftrightarrow DE=\frac{15}{9}(9-x)=\frac{5}{3}(9-x)$

従って、

$V=\pi x^2\cdot\frac{5}{3}(9-x)$

$=\underline{\frac{5}{3}}\pi x^2\underline{(9-x)}$ $(0<x<9)$

$\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ $\boxed{サ}$

$x^2(9-x)$は(1)の考察により、$k=9$

として、$x=\frac{2}{3}k=\frac{2}{3}\cdot9=6$で最大値

$\frac{4}{27}\cdot9^3=\frac{4}{27}\cdot9\cdot9\cdot9=108$

よって、Vは $x=\underline{6}$ $\boxed{シ}$のとき最大値

$\frac{5}{3}\pi\times108=\underline{180\pi}$ $\boxed{スセソ}$

をとる。

[2] $\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx=\left[\frac{1}{10}x^2+3x\right]_0^{30}$

$=\frac{1}{10}\cdot30^2+3\cdot30=90+90=\underline{180}$

$\boxed{タチツ}$

$\int\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx=\frac{1}{\underline{300}}x^3-\frac{1}{\underline{12}}x^2+\underline{5}x+C$

$\boxed{テトナ}$ $\boxed{ニヌ}$ $\boxed{ネ}$

(2) $S(t)=\int_0^t f(x)dx$

(i) $f(x)=\frac{1}{5}x+3$ $(x\geqq0)$のとき

$S(t)=\int_0^t\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx$

$=\frac{1}{10}t^2+3t$

$S(t)=400$を解いて

$\frac{1}{10}t^2+3t=400$

$t^2+30t-4000=0$

$(t+80)(t-50)=0$

$\therefore t=-80, 50$

$t>0$より $t=50$

よって、$\boxed{ノ}$は ④

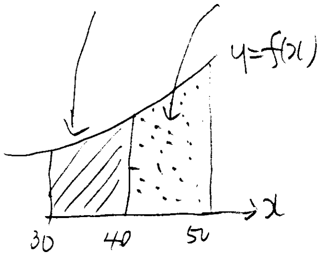
$x \geqq 30$ のとき $f(x)=\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5$

$\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx=180$

$\int_{30}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx=115$

また，$x \geqq 30$ において $f(x)$ は増加するから

$\int_{30}^{40}f(x)dx<\int_{40}^{50}f(x)dx$



よって，$\boxed{\text{ハ}}$ は 0

$$\int_0^{50}f(x)dx=\int_0^{30}f(x)dx+\int_{30}^{40}f(x)dx+\int_{40}^{50}f(x)dx$$

$$=\underbrace{180+115}_{295}+\int_{40}^{50}f(x)dx>410$$

115より大

よって，$\int_0^{40}f(x)dx=295<400$

$\int_0^{50}f(x)dx>295+115=410$

よって，$\boxed{\text{ヒ}}$ は 40日後より後，かつ 50日後より前　4

$\boxed{\text{第3問}}$ 略

$\boxed{\text{第4問}}$ 順に穴埋していく。

方針1

$a_3=1.01a_2+p=\underline{1.01\{1.01(10+p)+p\}+p}$

2 $\boxed{\text{ア}}$

よって，$a_{n+1}=\underline{1.01}a_n+\underline{p}$ $\boxed{\text{イ}}$ 0，$\boxed{\text{ウ}}$ 3

$x=1.01x+p$ を解いて $0.01x=-p$

$\therefore x=-100p$

よって，$a_{n+1}+\underline{100p}=\underline{1.01}(a_n+100p)$

$\boxed{\text{エ}}$ $\boxed{\text{オ}}$

4 0

方針2

・$\boxed{\text{カ}}$ $n-1$ 2

・$\boxed{\text{キ}}$ $n-2$ 3

$a_n=10\times1.01^{n-1}+p\times1.01^{n-1}+p\times1.01^{n-2}+\cdots+p$

$=10\times1.01^{n-1}+p\sum_{k=1}^{n}\underline{1.01^{k-1}}$ $\boxed{\text{ク}}$ 3

ここで，$\sum_{k=1}^{n}1.01^{k-1}=\frac{1.01^n-1}{1.01-1}$

$=100(1.01^n-1)$ $\boxed{\text{ケ}}$ 1

(2) $\boxed{\text{コ}}$ $\underline{1.01a_{10}}\geqq30$ $\boxed{\text{コ}}$ 3

$\boxed{\text{方針2}}$ より

$1.01(10\times1.01^9+p\cdot100(1.01^n-1))\geqq30$

$\therefore 10\times1.01^{10}+101(1.01^n-1)p\geqq30$

$101(1.01^n-1)p \geqq 30-10\times 1.01^{10}$

$1.01^n-1>0$ より

$$p \geqq \frac{30-10\times 1.01^{10}}{101(1.01^n-1)}$$

$\boxed{サシ}$ $\boxed{スセ}$

初めの預金額が13万円のとき
n年目の初めの預金額をb_nと
すると

$b_n = 13\times 1.01^{n-1} + p\sum_{k=1}^{n} 1.01^{k-1}$

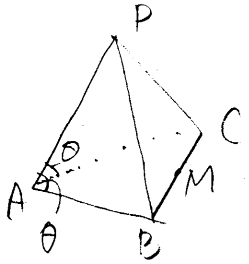
よって、

$b_n - a_n = 13\times 1.01^{n-1} - 10\times 1.01^{n-1}$

$= 3\times 1.01^{n-1}$

であるから、$\boxed{ソ}$ は ⑧

第5問



(1) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

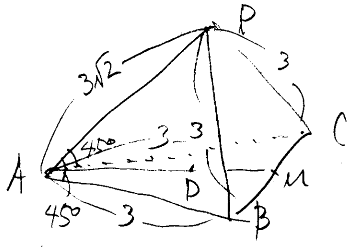
$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$

$$\frac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|} = \frac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AC}|}$$

$\Leftrightarrow$ $\cos\angle PAB = \cos\angle PAC = \cos\theta$ ① $\boxed{オ}$

(2) $\theta = 45°$, $|\overrightarrow{AP}| = 3\sqrt{2}$, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{PB}| = 3$,

$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{PC}| = 3$



$\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AM} = \frac{k}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{k}{2}\overrightarrow{AC}$ (kは実数)

とおける.

$\angle APD = 90°$より $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{PD}$

$\therefore$ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{PD} = \overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AP})$

$= \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AP} = 0$

$\therefore$ $\overrightarrow{AP}\cdot\left(\frac{k}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{k}{2}\overrightarrow{AC}\right) - |\overrightarrow{AP}|^2 = 0$

条件より

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB} = 3\sqrt{2}\cdot 3\cdot\cos 45°$

$= 3\sqrt{2}\cdot 3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 9$ $\boxed{カ}$

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC} = 3\sqrt{2}\cdot 3\cdot\cos 45° = 9$ $\boxed{カ}$

よって、 $9\cdot\frac{k}{2} + 9\cdot\frac{k}{2} - (3\sqrt{2})^2 = 0$

$9k - 18 = 0$

$\therefore k = 2$

従って、

$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AM}$ $\boxed{キ}$

(3) $\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{AM}$

(i) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP}$

$= 2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP}$

$= 2\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right) - \overrightarrow{AP}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}$

$\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PQ}$ より $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$

$\therefore -\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$

(-1でわって)

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$

$\therefore \overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}) = 0$

$\therefore \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$

$\therefore \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP}$

よって $\boxed{ク}$ は 0

また、$\boxed{ク}$ から

$|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|\cos\theta + |\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AC}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}|^2$

両辺を $|\overrightarrow{AP}|$ ($\neq 0$) でわって

$|\overrightarrow{AB}|\cos\theta + |\overrightarrow{AC}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}|$ ……

よって $\boxed{ケ}$ は 3

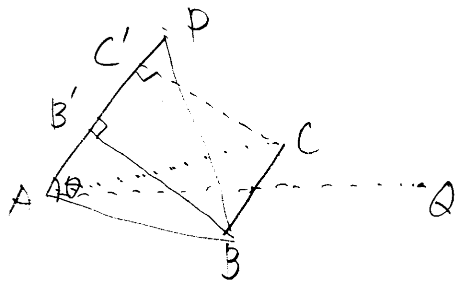
(ii) $k\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow k|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AC}|\cos\theta$

両辺を $|\overrightarrow{AP}|\cos\theta$ でわって

$k|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$

$\boxed{コ}$ は 0

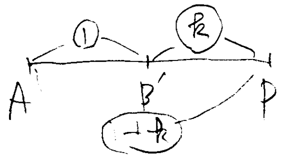


$\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PQ} \Leftrightarrow \boxed{ケ}$

$\Leftrightarrow |\overrightarrow{AB}|\cos\theta + k|\overrightarrow{AB}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}|$

$\therefore (1+k)|\overrightarrow{AB}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}|$

$\Leftrightarrow (1+k)AB' = AP$



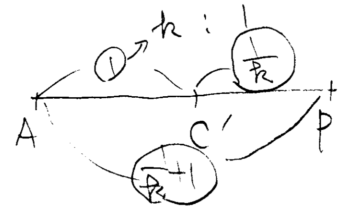
よって、$AB' : B'P = 1 : k$

同様に、

$\boxed{ケ}$ $\frac{1}{k}|\overrightarrow{AC}|\cos\theta + |\overrightarrow{AC}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}|$

$\therefore \left(\frac{1}{k}+1\right)|\overrightarrow{AC}|\cos\theta = |\overrightarrow{AP}|$

$\left(\frac{1}{k}+1\right)AC' = AP$

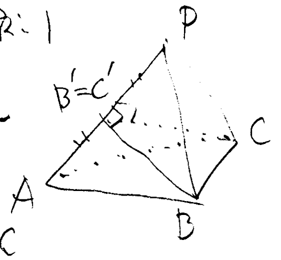


$\therefore AC' : C'P = 1 : \frac{1}{k} = k : 1$

よって、$AB' : B'P = 1 : k$,

$AC' : C'P = k : 1$

より $\boxed{サ}$ は 4



$k=1$のとき

$\boxed{コ}$ より $AB = AC$

よって、$\triangle PAB \equiv \triangle PAC$(2辺夾角相等)

また、$\triangle PAB$, $\triangle PAC$のいずれも、点B, Cから辺APに下した垂線がAPを2等分するから、$\triangle PAB$, $\triangle PAC$はそれぞれ$BA=BP$, $CA=CP$の二等辺三角形。よって、$\boxed{シ}$ は 2 (以上)