　解答を始める前に少し愚痴らせてください。いやあ，この出題傾向が続くなら，来年からもう解くのは止めようと思うくらいひどい出題でした。特に，第4問は小学生の問題かと思われる長方形並べ。これは最悪です。共通テストって，考える力を試すんじゃなかったんでしょうか？誘導に従って答えていっても，最終的に解答にたどり着きません。従って，また一から立式して，最初からやり直さないといけません。これでいいんでしょうか？数学界に力のある人々よ，立ち上がれ！考える力を一から否定するような出題を許してはいけない。なぜ，いちいち誘導して，解答から遠ざかってしまうのでしょう？意味不明です。出題傾向を大きく変える運動を全国規模で起こさないと，数学が数学ではなくなってしまいます。力のあるお方たちの奮起を期待します。もう一度書きます。このテストは「考える力を問う」テストではなく，「言われたことがどのくらいできるか」を試すテストです。このテストができなかったとしても，あなたの数学の力がないのではなく，力を発揮する機会を奪われただけです。このテストで数学の「考える力」を計ることはできません。他の問題についても, それほど誘導しなくてもという部分があまりに多くてウンザリです。

　少しすっきりしましたので，解答に入りましょう。この解答例は，私の一個人としての感想という解答ですので，100％信用せず，参考程度にご利用願います。問題本文は，各予備校のサイトまたは共通テストセンターのサイトをご覧ください。では，解答です。

2023年 共通テスト 前期 数学IA解答例

$\boxed{第1問}$

〔1〕 $|x+6| \leqq 2 \cdots ①$

$-2 \leqq x+6 \leqq 2$

$\underline{-8} \leqq x \underline{\leqq -4}$ $\boxed{アイ}$, $\boxed{ウエ}$

$|(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)+6| \leqq 2$

$(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)+6 = x$

とおくと，①と同じだから

$-8 \leqq (1-\sqrt{3})(a-b)(c-d) \leqq -4$

両辺を $1-\sqrt{3}\ (<0)$ で割ると

$$\frac{-8}{1-\sqrt{3}} \geqq (a-b)(c-d) \geqq \frac{-4}{1-\sqrt{3}}$$

$$\frac{-8}{1-\sqrt{3}} = \frac{-8(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = \frac{-8(1+\sqrt{3})}{1-3}$$

$$= \frac{-8(1+\sqrt{3})}{-2} = 4(1+\sqrt{3})$$

$$= 4+4\sqrt{3}$$

$$\frac{-4}{1-\sqrt{3}} = \frac{-4(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = \frac{-4(1+\sqrt{3})}{1-3}$$

$$= \frac{-4(1+\sqrt{3})}{-2} = 2(1+\sqrt{3})$$

$$= 2+2\sqrt{3}$$

よって，

$\underline{2+2\sqrt{3}} \leqq (a-b)(c-d) \leqq \underline{4+4\sqrt{3}}$

$\boxed{オ}$, $\boxed{カ}$ $\boxed{キ}$, $\boxed{ク}$

$(a-b)(c-d) = 4+4\sqrt{3} \cdots ①$ のとき

$(a-c)(b-d) = -3+\sqrt{3} \cdots ②$ が成り立つならば

$(a-d)(c-b) = ac-ab-cd+bd$ より

$① \Leftrightarrow ac-ad-bc+bd = 4+4\sqrt{3} \cdots ①'$

$② \Leftrightarrow ab-ad-bc+cd = -3+\sqrt{3} \cdots ②'$

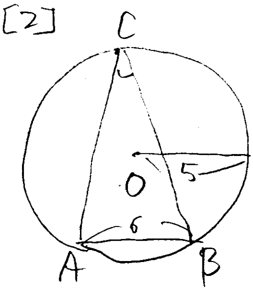
$①' - ②'$ より

$ac-ab+bd-cd = 7+3\sqrt{3}$

$(a-d)(c-b) = \underline{7+3\sqrt{3}}$

$\boxed{ケ}$ $\boxed{コ}$

〔2〕



(i) 正弦定理により

$$\frac{AB}{\sin\angle ACB} = 2\times 5$$

$$\therefore \sin\angle ACB = \frac{6}{10} = \underline{\frac{3}{5}}$$

$\boxed{サ}$ 0

$\cos\angle ACB < 0$ より

$$\cos\angle ACB = -\sqrt{1-\sin^2\angle ACB}$$

$$= -\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}$$

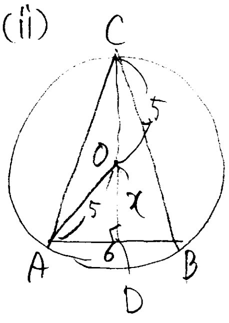
$$= -\sqrt{1-\frac{9}{25}}$$

$$= -\sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$= \underline{-\frac{4}{5}}$$

⑦ $\boxed{シ}$

(ii)



Dは明らかに線分ABの中点である

$OD = x$ とおくと

三平方の定理により

$3^2 + x^2 = 5^2$

$x^2 = 25-9$

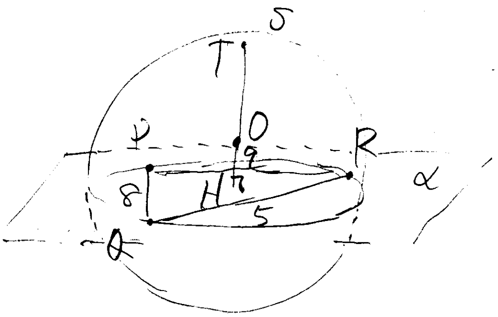
$x^2 = 16$

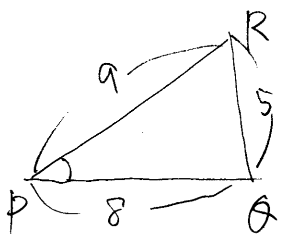
$x>0$ より $x=4$

よって, $\tan\angle OAD = \dfrac{4}{3}$ ④ $\boxed{ス}$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 6\times(5+4)$$
$$= \frac{1}{2}\times 6\times 9$$
$$= 27 \quad \boxed{セソ}$$

(2)





余弦定理により

$$\cos\angle QPR = \frac{8^2+9^2-5^2}{2\cdot 8\cdot 9}$$
$$= \frac{64+81-25}{2\cdot 8\cdot 9}$$
$$= \frac{120}{2\cdot 8\cdot 9}$$
$$= \frac{5}{6} \quad \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$$

$$\sin\angle QPR = \sqrt{1-\cos^2\angle QPR}$$
$$= \sqrt{1-\left(\frac{5}{6}\right)^2}$$
$$= \sqrt{1-\frac{25}{36}} = \sqrt{\frac{11}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

よって,

$$\triangle PQR = \frac{1}{2}\times 8\times 9\times \sin\angle QPR$$
$$= 4\times 9\times \frac{\sqrt{11}}{6}$$
$$= 6\sqrt{11} \quad \boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テト}}$$

$TH\perp\alpha$ であるから, Hは△PQRの外接円の中心である. よって

$PH=QH=RH$ ⑥ $\boxed{ナ}$

△PQRの外接円の半径をRとすると

正弦定理より

$$\frac{QR}{\sin\angle QPR} = 2R$$

$$\therefore R = \frac{5}{2\times\frac{\sqrt{11}}{6}} = \frac{15}{\sqrt{11}}$$ (このまま)

△OPHで三平方の定理を用いて

$$OP^2 = PH^2 + OH^2$$
$$5^2 = \left(\frac{15}{\sqrt{11}}\right)^2 + OH^2$$
$$\therefore OH^2 = 5^2 - \left(\frac{15}{\sqrt{11}}\right)^2$$
$$= 25 - \frac{225}{11}$$
$$= 25\left(1-\frac{9}{11}\right)$$
$$= 25\times\frac{2}{11}$$

よって, $OH = 5\sqrt{\dfrac{2}{11}}$

よって、答えは

$\frac{1}{3} \times \triangle PQR \times TH$

$= \frac{1}{3} \times 6\sqrt{11} \times \left(5 + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{11}}\right)$

$= 10\sqrt{11} + 10\sqrt{2}$

$= 10(\sqrt{11} + \sqrt{2})$

ヌ ネ ノ

第2問

(1) $52 \div 2 = 26$

$26 \div 2 = 13$

最上位，最下位から13番目と14番目の平均が，それぞれ第3四分位数，第1四分位数だから

ア は 1800円以上2200円未満

② ア

イ は 3000円以上3400円未満

⑤ イ

ウ $\frac{3000+3400}{2} - \frac{1800+2200}{2}$

$= 3200 - 2000$

$= 1200$ ① ウ

階級値で考えて

※）厳密には

$3000 - 2200 = 800$ より大きく

$3400 - 1800 = 1600$ より小さい

(2) 地域Eにおいて

$\frac{19}{2} = 9.5$ より 10番目が中央値

$\frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5$ より 5番目が第1四分位数

で，2000より大きいので ⓪は×

Eの範囲はおよそ $3600 - 1200 = 2400$円

Wの範囲はおよそ $5000 - 1300 = 3700$円

よって，①は×

中央値は E：約2200，W：約2600

なので ②は○ エ

「(分散)＝(偏差)^{2}の平均」だから ② オ

(3) 相関係数 $= \frac{\text{共分散}}{(\text{標準偏差}) \times (\text{標準偏差})}$

であるから，答えは

$\frac{124000}{590 \times 570} = \frac{1240}{59 \times 57}$

$= \frac{1240}{3363}$

$= 0.368\cdots$

$\fallingdotseq 0.37$ ⑦ カ

$$\begin{array}{r}
0.368 \\
3363 \enclose{longdiv}{1240.0} \\
10089 \\
\hline
23110 \\
20178 \\
\hline
29320 \\
26904 \\
\hline
2416
\end{array}$$

[2] (1)

C_1は2点$P_0(0,3)$, $M(4,3)$を通るから

軸の方程式は $x=2$

$y=a(x-2)^2+b$ とおく.

P_0を通るから

$3=a(-2)^2+b$

∴ $b=-4a+3$

∴ $y=a(x-2)^2-4a+3$

$=a(x^2-4x+4)-4a+3$

$=a x^2\underbrace{-4a}_{\boxed{キ}}x+\underbrace{3}_{\boxed{ク}}$

「シュートの高さ」は $b=\underbrace{-4a+3}_{\boxed{ケ}\ \boxed{コ}}$

C_2: $y=p\{x-(2-\frac{1}{8p})\}^2-\frac{(16p-1)^2}{64p}+2$

「ボールが…位置」は

プロが $x=2$,

花子が $2-\frac{1}{8p}>2$

[C_2は上に凸なので $p<0$ より]

よって, ②が正しい. $\boxed{サ}$

(2) $C_1: y=a(x-2)^2-4a+3$

に $x=3.8$, $y=3+\frac{\sqrt{3}}{15}$ を代入すると

$3+\frac{\sqrt{3}}{15}=a(3.8-2)^2-4a+3$

$3+\frac{\sqrt{3}}{15}=a\times(-1.8)^2-4a+3$

$3+\frac{\sqrt{3}}{15}=a\times(-\frac{9}{5})^2-4a+3$

∴ $(\frac{81}{25}-4)a=\frac{\sqrt{3}}{15}$

$-\frac{19}{25}a=\frac{\sqrt{3}}{15}$

$a=\frac{\sqrt{3}}{15}\times(-\frac{25}{19})$

$=-\frac{5\sqrt{3}}{57}$

∴ $y=-\frac{5\sqrt{3}}{57}(x^2-4x)+3$

$\frac{\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セソ}}$

プロの「シュートの高さ」は

$-4a+3=-4\times(-\frac{5\sqrt{3}}{57})+3$

$=\frac{20\sqrt{3}}{57}+3$

ここで, $20\sqrt{3}=34.6410160$

$\frac{20\sqrt{3}}{57}=0.607\cdots$

$$\begin{array}{r} 0.607 \\ 57\,\overline{)\,34.641016} \\ \underline{342} \\ 441 \end{array}$$

よって, プロの「シュートの高さ」は

$0.607\cdots+3=3.607$

よって, $\boxed{タ}$ はプロ選手 ⓪ で,

差は $3.61-3.4 \fallingdotseq 0.2$ だから

ボール1個分 ⓪ $\boxed{チ}$

第3問

(1) ①→②→③→④の順に考えて

5×4×4×4 = 320通り [アイウ]

(2) ①→②→③の順に考えて

5×4×3 = 60通り [エオ]

(3) 赤を塗る球は①,③または②,④の2通り。どちらの場合も残り2球の色は何でもよいので

4×4×2 = 32通り [カキ]

(4) 赤は②〜⑥のどれか3球に、青は②〜⑥のうち残り2球に塗り、①は赤青以外の3色のいずれかを塗ればよい。

よって、答えは

$$ {}_5C_3 \times {}_2C_2 \times 3 $$
$$ = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} \times 1 \times 3 = 30 \text{通り} $$ [クケ]

[コ]について、③と④が同色のとき、③と④は5通り、①,②はそれぞれ4,3通り。よって、5×4×3=60通り

⓪は 5×4=20通り

①は 5×4×4=80通り

②は 5×4×3=60通り　② … [コ]

ついでに

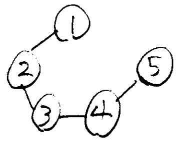
③は 図D

④は 5×4×3×4=240通り.

よって、[サシス]は

[アイウ] − 60 = 320−60 = 260通り [サシス]

(6)



の場合

5×4×4×4×4

= 5×256 = 1280 (通り)

①,⑤が同色のとき、①,⑤はそれぞれ5通り。②,③,④は

(i) ③が①と同色のとき、②,④はそれぞれ4通り。

(ii) ③が①と同色でないとき、②,④はそれぞれ3通り

よって、

5×(1×4×4+4×3×3)

= 5×(16+36) = 5×52

= 260通り

よって、答えは

1280−260 = 1020通り [セソタチ]

第4問

(1)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 462 & 110 \\ \hline 11 & 231 & 55 \\ \hline & 21 & 5 \end{array} \quad \cdots ㋐$$

$\boxed{アイ}$ … 11

正方形の一辺の長さは462と110の公倍数で、辺の長さが最小のとき、一辺の長さは462と110の最小公倍数である。

㋐より、

$2 \times 11 \times 21 \times 5 = 2310$ $\boxed{ウエオカ}$

横にm枚、縦にn枚（m≠n）並べたとするると、長さの差（の絶対値）は

$|462m - 110n|$

$= 11|42m - 10n|$

$= 22|21m - 5n|$

〜〜が0に近くなるようにm, nの値を1組求めると、

$(m, n) = (1, 4)$ のとき 1（最小）

よって、$\boxed{キク}$ は $22 \times 1 = 22$ $\boxed{キク}$

次に、横＜縦より $21m < 5n$ の場合を考えると

$21m - 5n = -1$

$21 \cdot (-1) - 5 \cdot (-4) = -1$

辺々引くと

$21(m+1) - 5(n+4) = 0$

21と5は互いに素だから、kを整数として、

$m + 1 = 5k,\ n + 4 = 21k$

$\Leftrightarrow m = 5k - 1 \quad n = 21k - 4$

横462mが最小のとき $m = 5k - 1$ が最小。∴ $k = 1,\ m = 4$

よって、横の長さは

$462 \times 4 = 1848$ $\boxed{ケコサシ}$

(2) 110と154の最小公倍数を求めればよい

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 110 & 154 \\ \hline 11 & 55 & 77 \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$$

よって、$\boxed{スセソ}$ は $2 \times 11 \times 5 \times 7 = 770$ $\boxed{スセソ}$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 462 & 363 \\ \hline 11 & 154 & 121 \\ \hline & 14 & 11 \end{array}$$

よって、$\boxed{タチ}$ は $3 \times 11 = 33$

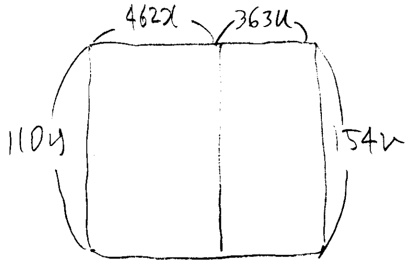
33と770の最小公倍数は

$$\begin{array}{r|rr} 11 & 33 & 770 \\ \hline & 3 & 70 \end{array}$$

$11 \times 3 \times 70 = 2310$ $\boxed{ツテトナ}$

赤を横、縦それぞれx, y（枚）、青も同様にu, v（枚）並べて

正方形ができたとすると



$462x+363u=110y$ …イ
$462x+363u=154v$ …ウ
$110y=154v$ …エ

エより $5y=7v$

よって、yは7の倍数、vは5の倍数

従って、③の両辺は $110\times 7=770$ の倍数。これは $\boxed{スセソ}$ で計算済み。

イでは

$33(14x+11u)=770k$ (kは自然数)

33と770の最小公倍数は2310だから $\boxed{ツテトナ}$

lを自然数として

$33(14x+11u)=2310l$ …オ
$770k=2310l$ …カ

をみたす自然数があれば、それを求める

オより $14x+11u=70l$ …オ'

カより $k=3l$

オ'では、uは14の倍数だから

$u=14u'$ とすると

$14x+11\times 14u'=70l$

$x+11u'=5l$

lが最小になるのは

$x=4,\ u'=1$ のときである。

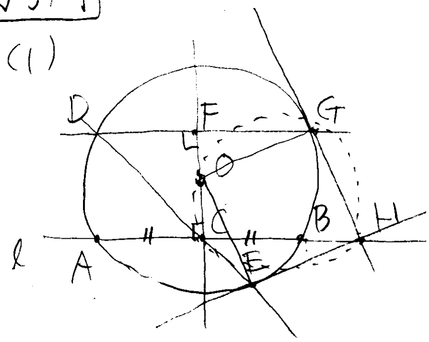
このとき $l=3$ $(k=9)$

よって、オより $\boxed{ニヌネノ}$ は

$2310\times 3=\underline{6930}$ $\boxed{ニヌネノ}$

第5問

(1)



(1) $\angle OEH=\underline{90^\circ}$ $\boxed{アイ}$

$\angle OCH=\angle OGH=90^\circ$ だから

$\angle OCH+\angle OGH=180^\circ$

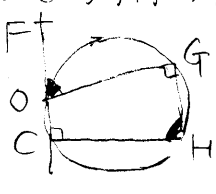
よって、1組の対角の和が180°

だから、4点C, G, H, $\underline{O}$ は

同一円周上にある ③ $\boxed{ウ}$

よって、$\angle CHG=\angle FOG$ ④ $\boxed{エ}$

(円に内接する四角形の内角はその対角の外角と等しい)

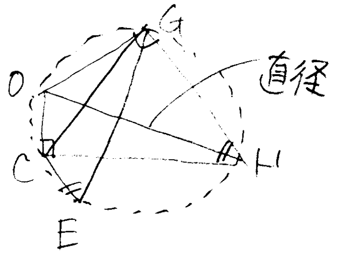


$\angle FOG=\frac{1}{2}\angle DOG$ (円周角$=\frac{1}{2}\times$中心角)

$\angle DEG=\frac{1}{2}\angle DOG$ (〃)

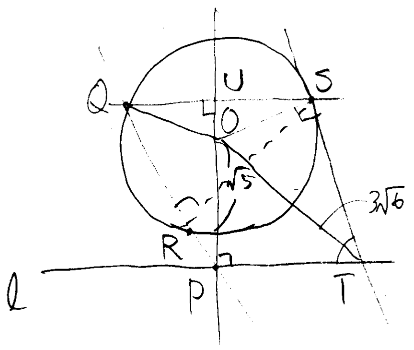
よって，

$\angle FOG=\angle DEG$ ③ $\boxed{\text{オ}}$



$\angle CEG=\angle CHG$ より，4点C，G，H，E $\boxed{\text{カ}}$ ② は同一円周上にある．この円が点O を通る．よって，5点O．C，E，H，Gは同一円周上にあり，その円の直径はOHであることから，円周角の定理により $\angle OEH=90°$ といえる

(2)



(1)と同様に考えて

$\angle PTS=\angle UOS$（UはQSとODの交点）

$=\frac{1}{2}\angle QOS$

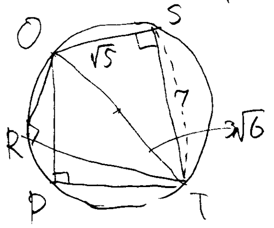
$=\angle QRS$ ③ $\boxed{\text{キ}}$

(1)と同じく，5点P，T，S，O，Rは同一円周上にある

この円の直径はOT=$3\sqrt{6}$だから，

⑧

半径は $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ・ $\frac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$



$ST=\sqrt{(3\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{54-5}=\sqrt{49}$

$=7$

$\angle ORT=90°$ より 直線RTは円Oの接線である．接線の長さは等しいから

$RT=S=7$ $\boxed{\text{サ}}$