一個人の感想程度の解答ですので，参考程度に利用してください。問題は京都新聞のサイトで確認してください。「京都府立高校入試 過去問」で検索するとヒットするはずです。

令和 8 年度京都府公立高等学校入学者選抜 前期選抜学力検査

共通学力検査　数学

$\boxed{1}$

(1)　$\{(-2)^3-(-6^2)\}\div 7$

$=\{(-8)-(-36)\}\div 7$

$=(-8+36)\div 7$

$=28\div 7$

$=\mathbf{4}$

(2) $72x^2y^2\div 16y^3\times 3xy$

$=\dfrac{72x^2\times y^2\times 3\times x\times y}{16y^3}$

$=\dfrac{\mathbf{27x^3}}{\mathbf{2}}$

$\left(=\dfrac{\mathbf{27}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{x^3}\right.$ でもよい。)

(3) $\dfrac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{24}\times\sqrt{3}$

$=\dfrac{4}{2\sqrt{2}}+2\sqrt{6}\times\sqrt{3}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{2}}+2\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times\sqrt{3}$

$=\dfrac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+2\times\sqrt{2}\times 3$

$=\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=\mathbf{7\sqrt{2}}$

(4) [係数を整数に直しましょう。]

$$\begin{cases} 5x-6y=-2 & \cdots\cdots ① \\ 0.8x-1.4y=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

②×10 より

$8x-14y=10$ ……③

x を消すために，① に 8 を掛け，③ に 5 を掛けて引くと

$$\begin{array}{rrcrcr} ①\times 8: & 40x & - & 48y & = & -16 \\ -)\ ③\times 5: & 40x & - & 70y & = & 50 \\ \hline & & & 22x & = & -66 \end{array}$$

よって　$y=\dfrac{-66}{22}=-3$

$y=-3$ を ① に代入して

$5x-6\times(-3)=-2$

$5x+18=-2$

$5x=-2-18$

$5x=-20$

$x=\dfrac{-20}{5}$

$x=-4$

したがって　$\boldsymbol{x=-4,\quad y=-3}$

(4) [$\boldsymbol{y}$ が $\boldsymbol{x}$ に反比例するとき，$\boldsymbol{y=\dfrac{a}{x}}$ と表すことができます。]

y が x に比例するから，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。

$x=30,\ y=\dfrac{3}{5}$ を代入すると

$$\frac{3}{5}=\frac{a}{30}$$

両辺に 30 を掛けると

$$\frac{3}{5}\times 30=\frac{a}{30}\times 30$$

$$18=a$$

よって　$a=18$

このとき　$y=\dfrac{18}{x}$

$x=2$ のとき，

$$y=\frac{18}{2}=\mathbf{9}$$

(6) [代入する式を簡単にしてから代入するのが鉄則。ここでは因数分解しよう。]

$$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$$

に $x=\sqrt{17}+4$ を代入すると

$\{(\sqrt{17}+4)-3\}\{(\sqrt{17}+4)-5\}$

$=(\sqrt{17}+1)(\sqrt{17}-1)$

$=(\sqrt{17})^2-1^2$

$=17-1$

$=\mathbf{16}$

(7) [2 次方程式を解くときは因数分解か解の公式を利用しよう。]

> 解の公式
>
> 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は
>
> $$\boldsymbol{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

$3x^2-2x-3=0$ 解の公式で解くと

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times 3\times(-3)}}{2\times 3}$

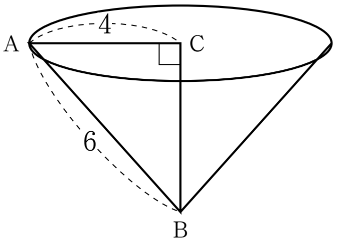
$=\dfrac{2\pm\sqrt{4+36}}{6}$

$=\dfrac{2\pm\sqrt{40}}{6}$

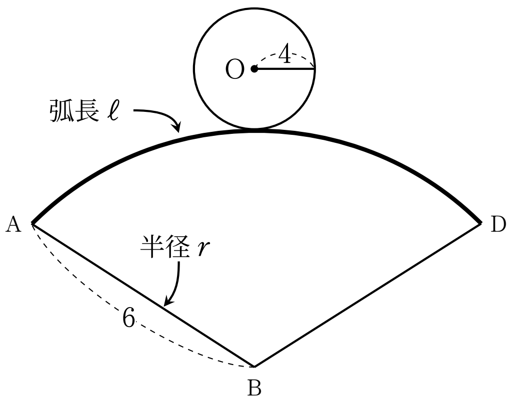
$=\dfrac{2\pm 2\sqrt{10}}{6}$

$=\dfrac{\mathbf{1\pm\sqrt{10}}}{\mathbf{3}}$

(7)［回転すると円錐，円柱，球などができる。］



△ABC を辺 BC を回転の軸として 1 回転させると上の図のような直円錐ができる。求めるものは表面積なので展開図を描いて求めよう。展開図は次のように円と扇形になる。



扇形の面積

半径を r，弧長を ℓ とすると，扇形の面積 S は

$$\boldsymbol{S=\frac{1}{2}\ell r}$$

弧の長さは底面の円の円周に等しい。底面は半径が 4cm の円だから円周は　　$2\pi\times4=8\pi$cm

よって，弧の長さは 8πcm.

したがって，求める表面積は

扇形の面積＋円の面積

$=\dfrac{1}{2}\times8\pi\times6+\pi\times4^2$

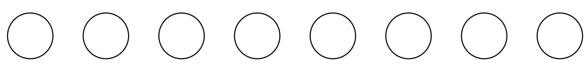
$=24\pi+16\pi$

$=\boldsymbol{40\pi}\ (\mathrm{cm}^2)$

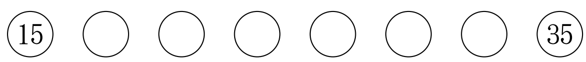
(9)［条件を視覚化してみよう。○を 8 つ描いて 8 人を表す。］

以下，単位 m は略す。

8 人を○で表す。



最小値 15，最大値 35 なので，1 番左の○に 15，1 番右の○に 35 を書く。



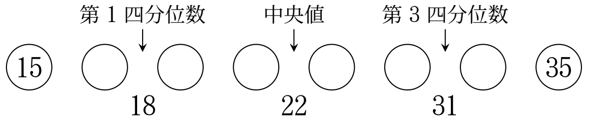
次に，第 1 四分位数が 18，中央値が 22，第 3 四分位数が 31 だから，

左から 2 つ目の○と 3 つ目の○の間に 18,

左から 4 つ目の○と 5 つ目の○の間に 22,

左から 6 つ目の○と 7 つ目の○の間に 31,

と書く，



第 1 四分位数 18 に着目すると，2 番目と 3 番目の生徒の記録を足して 2 で割ったものだから，

$$\frac{(2\text{ 番目の生徒の記録})+(3\text{ 番目の生徒の記録})}{2}=18$$

つまり

(2 番目の生徒の記録)＋(3 番目の生徒の記録)

$=18\times2=36$

(2 番目，3 番目の記録をどちらも 18 としてよい)

以下，中央値，第 3 四分位数についても同様に考えると

(4 番目の生徒の記録)＋(5 番目の生徒の記録)

$=22\times2=44$

(4 番目，5 番目の記録をどちらも 22 としてよい)

(6 番目の生徒の記録)＋(7 番目の生徒の記録)

$=31\times2=62$

(6 番目，7 番目の記録をどちらも 31 としてよい)

以上から，8 人全員の記録の合計は

$$15+36+44+62+35=192$$

ゆえに，3 年生 8 人の記録の平均値は

$$\frac{192}{8}=\boldsymbol{24}(\mathrm{m})$$

2

1 枚目，2 枚目に取り出したカードに書かれた数字と残った 4 つの数字のうち，最も小さい数と最も大きい数を書き出すと次の通り。

a			b
1	2	(3，6)	9
	3	(2，6)	8
	4	(2，6)	8
	5	(2，6)	8
	6	(1，5)	6

a			b
2	1	(3，6)	9
	3	(1，6)	7
	4	(1，6)	7
	5	(1，6)	7
	6	(1，5)	6

a			b
3	1	(2，6)	8
	2	(1，6)	7
	4	(1，6)	7
	5	(1，6)	7
	6	(1，5)	6

a			b
4	1	(2，6)	8
	2	(1，6)	7
	3	(1，6)	7
	5	(1，6)	7
	6	(1，5)	6

a			b
5	1	(2, 6)	8
	2	(1, 6)	7
	3	(1, 6)	7
	4	(1, 6)	7
	6	(1, 5)	6

a			b
6	1	(2, 5)	7
	2	(1, 5)	6
	3	(1, 5)	6
	4	(1, 5)	6
	5	(1, 4)	5

すべての場合の数は $5 \times 6 = 30$ 通り。そのどれもが同様に確からしい。

(1) b の値が 8 になる取り出し方は

$a = 1$ のとき 3 通り，$a = 2$ のとき 0 通り，

$a = 3$ のとき 1 通り，$a = 4$ のとき 1 通り，

$a = 5$ のとき 1 通り，$a = 6$ のとき 0 通り

であるから，求める確率は

$$\frac{3+0+1+1+1+0}{30} = \frac{6}{30} = \mathbf{\frac{1}{5}}$$

(2) $10b + a$ の値を次に書き並べる。3 の倍数になるものは右横に ○ がついた数である。

$a = 1$ のとき	$a = 2$ のとき	$a = 3$ のとき
91	92	83
81 ○	72 ○	73
81 ○	72 ○	73
81 ○	72 ○	73
61	62	63 ○

$a = 4$ のとき	$a = 5$ のとき	$a = 6$ のとき
84 ○	85	76
74	75 ○	66 ○
74	75 ○	66 ○
74	75 ○	66 ○
64	65	56

上の表より，$10b + a$ の値が 3 の倍数になるのは

$$3+3+1+1+3+3 = 14 \text{ 通り}$$

あるから，求める確率は

$$\frac{14}{30} = \mathbf{\frac{7}{15}}$$

➾注　3 の倍数 … 各位の数字を足して 3 で割れたら，元の数も 3 の倍数

例えば，上の数字で **91** は，十の位が **9**，一の位が **1** だから，**9** と **1** を足すと　**9 + 1 = 10**

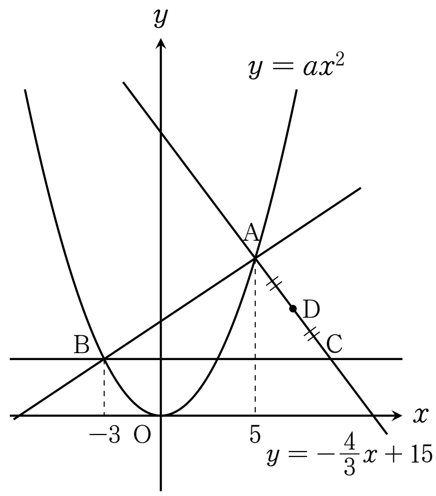
10 は **3** で割り切れないから，元の数 **91** も **3** で割り切れない。

84 は **8 + 4 = 12** で **12** は **3** で割り切れるから **84** も **3** で割り切れる。

3 ［A の y 座標 →　a の値 → B の y 座標 → C の x 座標 の順に求めてみよう。紙面の都合でグラフは右列上です。］

(1) 点 A は直線 $y = -\frac{4}{3}x + 15$ 上にあるから，これに $x = 5$ を代入して

$y = -\frac{4}{3} \times 5 + 15$



$y = -\frac{20}{3} + 15$

$y = -\frac{20}{3} + \frac{45}{3}$

$y = \frac{25}{3}$

したがって，点 A の座標は $\left(5, \frac{25}{3}\right)$

2 次関数 $y = ax^2$ のグラフは点 A を通るので，これに $x = 5$, $y = \frac{25}{3}$ を代入すると

$\frac{25}{3} = a \times 5^2$

$\frac{25}{3} = a \times 25$

両辺を入れ替えて

$25a = \frac{25}{3}$

両辺に $\frac{1}{25}$ を掛けて

$25a \times \frac{1}{25} = \frac{25}{3} \times \frac{1}{25}$

$a = \mathbf{\frac{1}{3}}$

(2)［まず，点 B の y 座標 → 点 C の x 座標を求めよう］

点 B は 2 次関数 $y = \frac{1}{3}x^2$…① 上にあるから，$x = -3$ を ① に代入して y 座標を求める。

$y = \frac{1}{3} \times (-3)^2$

$y = \frac{1}{3} \times 9$

$y = 3$

したがって，点 B の座標は $(-3, 3)$

直線 BC は x 軸と平行だから，点 C の y 座標も 3 に等しい。点 C は直線 $y = -\frac{4}{3}x + 15$…② 上にあるから，② に $y = 3$ を代入して点 C の x 座標を求めると，

$3 = -\frac{4}{3}x + 15$

両辺を入れ替えて

$-\frac{4}{3}x + 15 = 3$

両辺に 3 を掛けて

$$-\frac{4}{3}x\times 3+15\times 3=3\times 3$$

$$-4x+45=9$$

$$-4x=9-45$$

$$-4x=-36$$

両辺を -4 で割ると

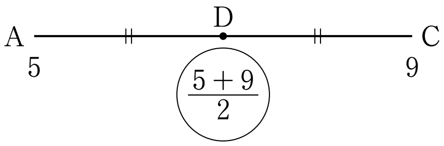
$$\frac{-4x}{4}=\frac{-36}{-4}$$

$$x=9$$

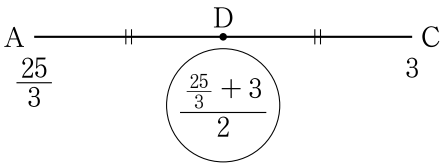
よって，点 C の座標は $(9,\ 3)$

点 D は線分 AC の中点だから，2 点 A，C の x 座標，y 座標をそれぞれ足して 2 で割ると点 D の座標が得られる。

x 座標：足して 2 で割る



y 座標：足して 2 で割る



点 D の x 座標は　$\frac{5+9}{2}=\frac{14}{2}=7$

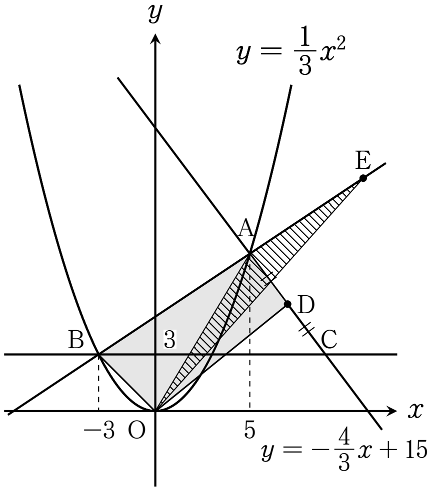
点 D の y 座標は

$$\frac{\frac{25}{3}+3}{2}=\left(\frac{25}{3}+3\right)\times\frac{1}{2}=\left(\frac{25}{3}+\frac{9}{3}\right)\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{34}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{17}{3}$$

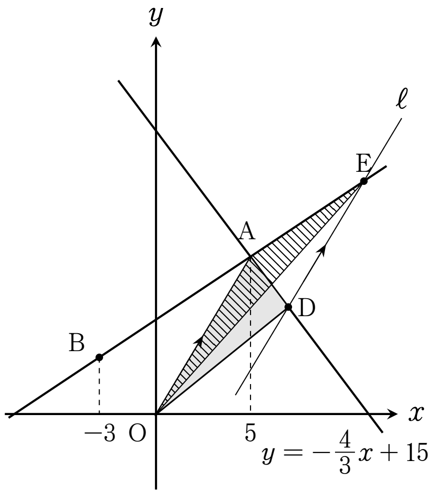
よって，点 D の座標は　$\left(\mathbf{7,\ \frac{17}{3}}\right)$

(3)



[面積を直接計算することができないので，等積変形を考える一手です。**△OAD** と **△OAE** の面積が等しくなればよいことに気づきましたか？]

△OAD と △OAE の面積が等しくなればよい。2 つの三角形に共通な辺は OA なので，点 D を通って直線 OA に平行な直線 ℓ を引く。直線 ℓ と直線 AB の交点を E とすれば，△OAD ＝ △OAE となる。



直線 OA の傾きは　$\dfrac{\frac{25}{3}}{5}=\frac{25}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{5}{3}$

点 D$\left(7,\ \frac{17}{3}\right)$ を通り傾きが $\frac{5}{3}$ の直線 ℓ の方程式を求めよう。

直線 ℓ の方程式を　$y=\frac{5}{3}x+b$　とおく。点 D を通るから，$x=7,\ y=\frac{17}{3}$ を代入して

$$\frac{17}{3}=\frac{5}{3}\times 7+b$$

両辺を入れ替えて

$$\frac{35}{3}+b=\frac{17}{3}$$

$$b=\frac{17}{3}-\frac{35}{3}=-\frac{18}{3}=-6$$

よって，直線 ℓ の方程式は　$y=\frac{5}{3}x-6$

次に，直線 ℓ と直線 AB の交点の座標を求める。

まず，直線 AB の方程式を求めておこう。$y=ax+b$ とおくと，直線 AB は 2 点 A$\left(5,\ \frac{25}{3}\right)$，B$(-3,\ 3)$ を通るから

$$\begin{cases} \frac{25}{3}=a\times 5+b & \cdots\cdots ① \\ 3=a\times(-3)+b & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①，② の両辺をそれぞれ入れ替えて

$$\begin{cases} 5a+b=\frac{25}{3} & \cdots\cdots ① \\ -3a+b=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①−② より

$$
\begin{array}{rrcrcl}
 & ①: & 5a & + & b & = \dfrac{25}{3} \\
-)\, & ②: & -3a & + & b & = 3 \\
\hline
 & & 8a & & & = \dfrac{25}{3}-\dfrac{9}{3}
\end{array}
$$

よって，　$8a=\dfrac{16}{3}$

両辺を 8 で割って

$$a=\frac{2}{3}$$

これを ② に代入して

$$-3\times\frac{2}{3}+b=3$$
$$-2+b=3$$
$$b=3+2=5$$

したがって，直線 AB の方程式は

$$y=\frac{2}{3}x+5$$

直線 ℓ : $y=\dfrac{5}{3}x-6$ と直線 AB: $y=\dfrac{2}{3}x+5$ の交点の座標を求めよう。この 2 つの方程式を連立させて解く。

$$
\begin{cases}
y=\dfrac{5}{3}x-6 & \cdots\cdots ③ \\
y=\dfrac{2}{3}x+5 & \cdots\cdots ④
\end{cases}
$$

③ の右辺を ④ の左辺に代入すると

$$\frac{5}{3}x-6=\frac{2}{3}x+5$$

両辺に 3 を掛けて

$$3\times\frac{5}{3}x-3\times 6=3\times\frac{2}{3}x+3\times 5$$
$$5x-18=2x+15$$
$$5x-2x=15+18$$
$$3x=33$$
$$x=\frac{33}{3}=11$$

これを ③ に代入して

$$y=\frac{5}{3}\times 11-6$$
$$y=\frac{55}{3}-\frac{18}{3}=\frac{37}{3}$$

よって，求める点 E の座標は　$\left(\mathbf{11},\ \dfrac{\mathbf{37}}{\mathbf{3}}\right)$

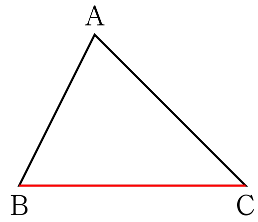
➾**注** 以下，等積変形と直線の方程式の求め方を特集しておく。

等積変形

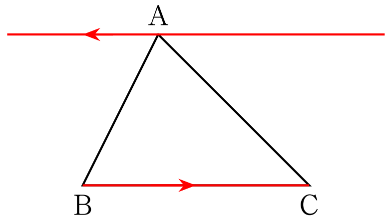
△ABC と同じ面積を持つ △DBC を作ろう。

★一般的な手順は次の通り。

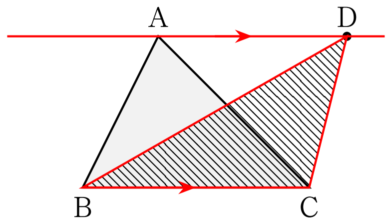
① **△ABC の 3 辺のうち好きな辺（たとえば BC）を選ぶ。**



② **選んだ辺（ここでは BC）にない頂点（ここでは A）を通り選んだ辺（BC）に平行な直線 ℓ を引く。**

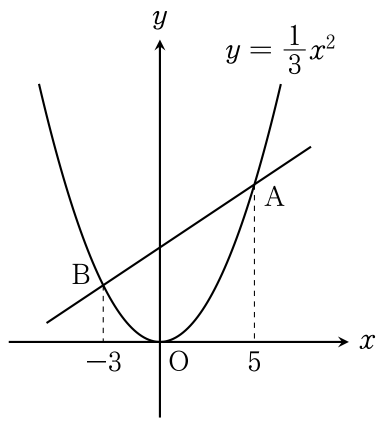


③ **選んだ辺にない頂点（ここでは A）を直線 ℓ 上で好きなところ（ここでは D）に移動させる。**



新しくできた **△DBC** と最初の **△ABC** の面積は等しい。

放物線 $y=ax^2$ と 2 点で交わる直線の方程式の求め方



放物線 $y=ax^2$ と直線 ℓ が異なる 2 点で交わるとき，異なる 2 つの交点の x 座標が $p,\ q$ であるとき，その 2 点を通る直線の方程式は

$$\boldsymbol{y=a(p+q)x-apq}$$

と表すことができる。

たとえば，上の直線 AB の方程式は次のように求めよう。

2 点 A，B の x 座標はそれぞれ 5 と −3 であるから，5 と −3 を足して，放物線の x^2 の係数 $\dfrac{1}{3}$ を掛けると

$\frac{1}{3}\times\{5+(-3)\}=\frac{1}{3}\times 2=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$ ← 直線 AB の傾き

また，2 点 A， B の x 座標を掛け，さらに，**−1** と放物線の x^2 の係数 $\frac{1}{3}$ を掛けると

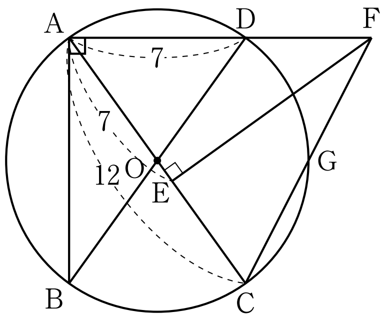
$\boldsymbol{-1}\times\frac{1}{3}\times 5\times(-3)=\boldsymbol{5}$ ← 直線 AB の切片

したがって，直線 AB の方程式は　$\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x+5}$

これを使うだけで 5 分は時短になるはず。$y=ax+b$ 方式も大切だが，試験時間は短い。

4

(1)



△ABD と △EFA において

∠BAD = ∠FEA = 90°(仮定) …… ①

四角形 ABCD は長方形だから　AD//BC

平行線の錯角は等しいから

∠ADB = ∠DBC

円周角は等しいから

∠DBC = ∠EAF

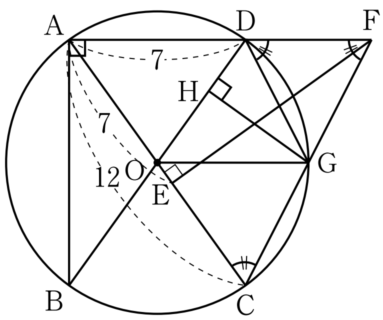
よって，　∠ADB = ∠EAF …… ②

また，　AD=EA=7(cm) …… ③

①，②，③ より 2 組の角とその間の辺がそれぞれ等しいから

△ABD ≡ △EFA　終

(2)



[三角形がたくさんあるので，おそらく（1）の合同な三角形，あるいは別の相似な三角形を利用するのではと考える。結論から逆算してみよう。DH は直角三角形の一辺なので三平方の定理だろう。DG の長さが必要。そこで，△GFD ∽ △ACE が見えてくる。その前に △ACE が 2 等辺三角形であることを証明しておこう。よって，AC=AF の証明 → DF の長さ → DG の順で求めよう。]

円に内接する四角形の性質から

∠ACG = ∠FGD

仮定から　GF=GD

よって　∠GDF = ∠GFD

したがって

∠ACF = ∠AFC

であるから，△ACF は AC=AF の二等辺三角形である。

よって，AF=AC=12 より DF= 12 − 7 = 5

また，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ACF ∽ △GFD

ここで，四角形 ABCD は長方形だから，三平方の定理より

$$\begin{aligned}CD^2 &= AB^2 = AC^2 - AD^2 = 12^2 - 7^2\\ &= 144 - 49 = 95\end{aligned}$$

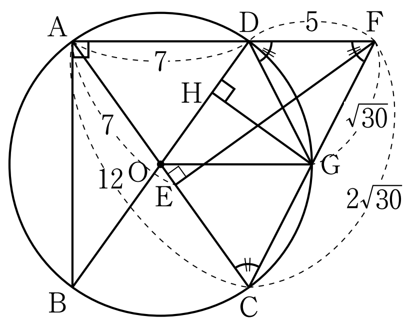
よって，△CDF で三平方の定理を用いると

$$\begin{aligned}CF &= \sqrt{CD^2+DF^2}=\sqrt{95+5^2}\\ &= \sqrt{95+25}=\sqrt{120}=\sqrt{2\sqrt{30}}\end{aligned}$$

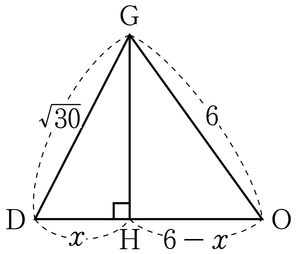
よって，　△ACF ∽ △GFD より

$$AC : GF = CF : DF$$
$$12 : GF = 2\sqrt{30} : 5$$
$$2\sqrt{30}\times GF = 12\times 5$$
$$\begin{aligned}GF &= \frac{12\times 5}{2\sqrt{30}}=\frac{30}{\sqrt{30}}\\ &= \frac{30\times\sqrt{30}}{\sqrt{30}\times\sqrt{30}}=\frac{30\sqrt{30}}{30}=\sqrt{30}\end{aligned}$$

よって，　DG=GF= $\sqrt{30}$



[さて，いよいよ本題です。DH は例の方法で求めます。△OGD の辺 DO が底辺に見えるように（考えやすいように）回転します。]



DH $= x$　とおくと　OH $= 6 - x$

GH の長さを 2 通りに計算する。

△GDH で三平方の定理を適用して

$$GH^2 = GD^2 - DH^2 = (\sqrt{30})^2 - x^2 \cdots\cdots ④$$

△GOH で三平方の定理を適用して

$$GH^2 = GO^2 - OH^2 = 6^2 - (6-x)^2 \cdots\cdots ⑤$$

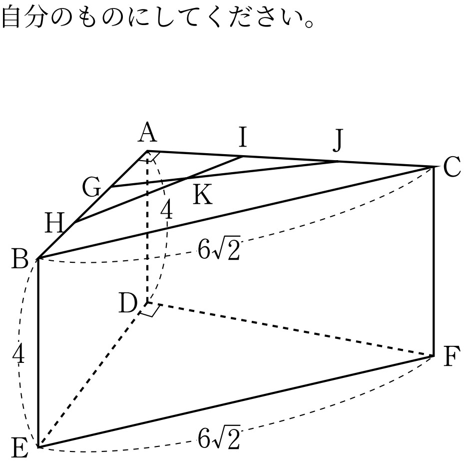
④= ⑤ であるから

$$(\sqrt{30})^2 - x^2 = 6^2 - (6-x)^2$$
$$30 - x^2 = 36 - (36 - 12x + x^2)$$
$$30 - x^2 = 36 - 36 + 12x - x^2$$
$$-x^2 + x^2 - 12x = -30$$
$$-12x = -30$$
$$x = \frac{-30}{-12} = \frac{5}{2}$$

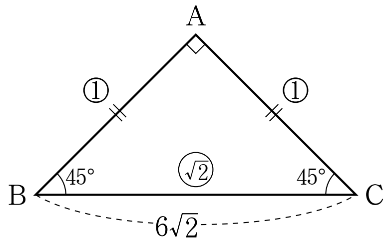
したがって，　　DH $= \boldsymbol{\frac{5}{2}}$(cm)

注 順に計算していくだけのようですが，あまりにも手順が多すぎます。もう少しシンプルに求める方法はないものでしょうか？ 試験会場でこの問題に立ち向かった受験生たちには畏敬の念を抱きます。なお，最後で使った DH を求める方法は，実は △ODG の高さを求める方法，すなわち △ODG の面積を求める方法なのです。DG が求まれば，GH も求まりますので △ODG の面積がわかるわけです。必須手法ですので是非自分のものにしてください。

$\boxed{5}$



(1)［△ABC の図を描いてみよう。］



［おわかりの通り直角 2 等辺三角形でした。］

条件より，△ABC は 45°, 45°, 90° の直角 2 等辺三角形であるから，辺の比は

$$1 : 1 : \sqrt{2}$$

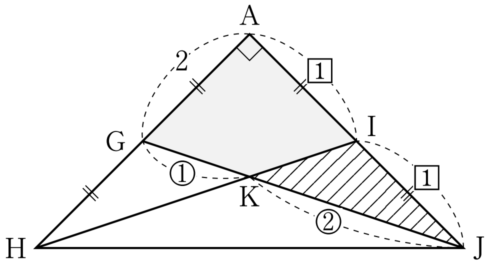
よって，AB : BC $= 1 : \sqrt{2}$　より

$$AB : 6\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$$
$$\sqrt{2}AB = 6\sqrt{2}$$
$$AB = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boldsymbol{6}\ \text{cm}$$

(2)［四角形 AGKI の面積を直接求める公式はないので，△AGJ から△IKJ の面積を引く（または △AHI から△HGK の面積を引く）くらいしか方法がありません。］

△AHJにおいて，点Kは2つの中線HI，JGの交点だから，点Kは△AHJの重心である。したがって，

$$HK : KI = JK : KG = 2 : 1$$



また，条件から　　AI : IJ $= 1 : 1$

よって

四角形 AGKI ＝△AGJ − △IKJ

$$= \triangle AGJ - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \triangle AGJ$$
$$= \triangle AGJ - \frac{1}{3} \times \triangle AGJ$$
$$= \frac{2}{3} \times \triangle AGJ$$

ここで，　AB $= 6$　より　AG $= \frac{1}{3} \times 6 = 2$

また，　　AC $= 6$　より　AJ $= \frac{2}{3} \times 6 = 4$

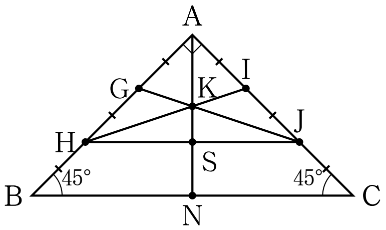
よって，　△AGJ $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

したがって

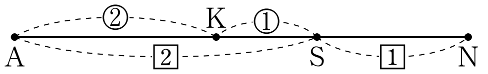
四角形 AGKI $= \frac{2}{3} \times 4 = \boldsymbol{\frac{8}{3}}$ cm^2

(3)［う〜ん，難問です。中学では空間の処理を習いません。従って，適当な平面に落とし込んで考える必要があります。点 K はどの平面上にあるでしょうか？ ］

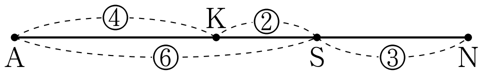
まず，AK:KM を求めよう。辺 BC の中点を N， 線分 AN と線分 HJ の交点を S とする。



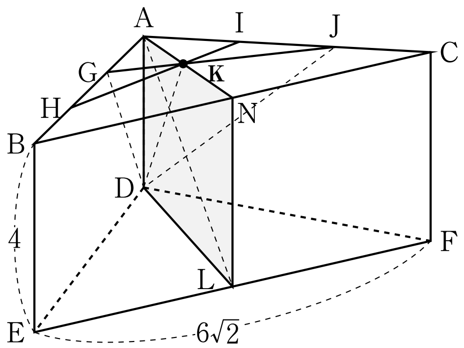
点 K は △AHJ の重心であったから，AK : KS ＝ 2 : 1
また平行線と比例の関係より　AS : SN ＝ 2 : 1



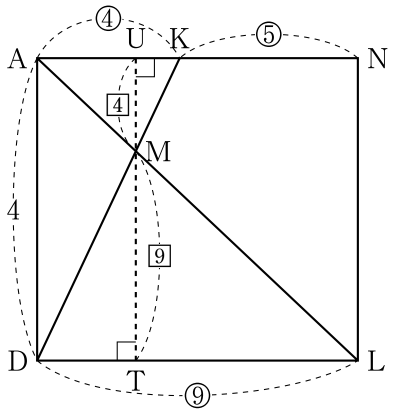
AK : KN ＝ 2 : 1 の各項に 2 を，AS : SN ＝ 2 : 1 の各項に 3 を掛けると



よって，　　　AK : KN ＝ 4 : 5
次に平面 ANLD を考える。



点 M から線分 AN，線分 DL にそれぞれ垂線 MU，垂線 MT を引く。



AK // DL より　UM : MT ＝ AK : DL ＝ 4 : 9

よって，　$\mathrm{MT} = \dfrac{9}{4+9} \times \mathrm{AD} = \dfrac{9}{13} \times 4 = \dfrac{36}{13}$

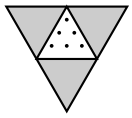
したがって，三角錐 MDEF の体積は，△DEF を底面，MT を高さと考えて

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{DEF} \times \mathrm{MT} &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times \frac{36}{13} \\
&= \frac{1}{3} \times 18 \times \frac{36}{13} \\
&= 6 \times \frac{36}{13} \\
&= \boldsymbol{\frac{216}{13}}\,\mathrm{cm}^2
\end{aligned}
$$

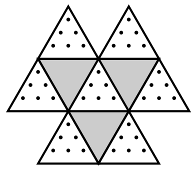
6 ［慎重に数えて規則をつかもう。この手の問題ではいくつずつ増えていくかに着目します。7 番目の図形まで描いておきました。］

1 番面の図形

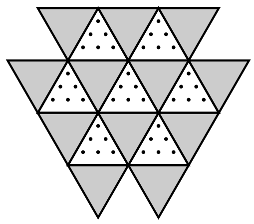
2 番面の図形



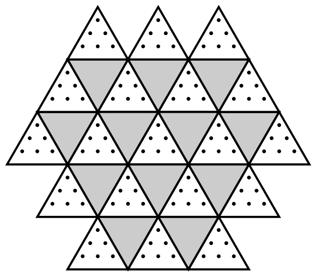
3 番面の図形



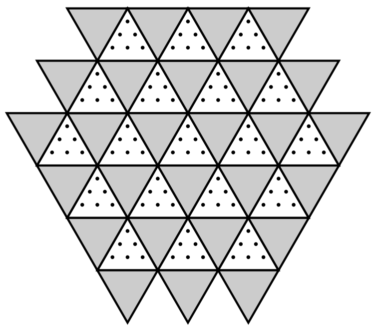
4 番面の図形



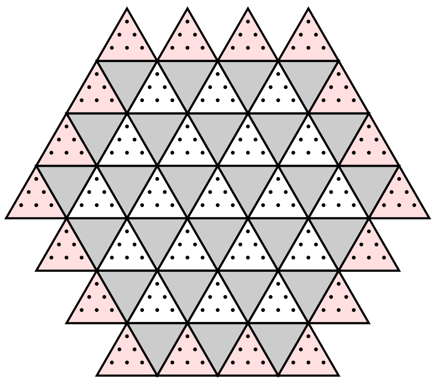
5 番面の図形



6 番面の図形



7 番面の図形



(1) 使われている**タイルの A の枚数**は，
　1 番目の図形は 1 枚，

2 番目の図形は 1 枚，

↓　**6** 枚増えている

3 番目の図形は 7 枚，

4 番目の図形は 7 枚，

↓　**12** 枚増えている

5 番目の図形は 19 枚，

6 番目の図形は 19 枚

図形	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目
増加量			+6 枚		+12 枚	

したがって，6 番目から 7 番目にかけて，18 枚（6 の 3 つ目の倍数，6×3）増えると予想できます。6 と 12 だけでは，6 の倍数と断定できませんが，上の 7 番目の図形を見ればわかります。

7 番目の図形のタイル A  の枚数は，最上段から下へ数えて

4＋2＋2＋2＋2＋2＋4＝18 枚

枚増えていますので，予想が当たりました。

それでは，答えです。

1＋(6＋12＋18)＝1＋36＝**37**（枚）

(2)［(1) と同様に考えます。］

使われている**タイルの B の枚数**は，

1 番目の図形は 0 枚，

↓　**3** 枚増えている

2 番目の図形は 3 枚，

3 番目の図形は 3 枚，

↓　**9** 枚増えている

4 番目の図形は 12 枚，

5 番目の図形は 12 枚，

↓　**15** 枚増えている

6 番目の図形は 27 枚

図形	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目
増加量		+3 枚		+9 枚		+15 枚

どうやら，奇数番目の図形から偶数番目の図形に向かって 3, 9, 15, …(← 6 ずつ増えている) 枚ずつ増えているようです。最初の偶数は 3 枚，2 つ目の偶数（すなわち 4 番目）は 3＋9 枚，… のように数えましょう。では，問題です。32 番目は何番目の偶数でしょうか。そうですね。32 を 2 で割ればいいので，32÷2＝16 番目の偶数です。また 16 番目の図形の枚数は，1 番目の図形の 3 に 6 を 15 回掛けたものを足します。すなわち，3＋6×15 です。×**16** ではないことに注意しましょう。したがって，答えは

$3+9+15+\cdots+(3+6\times15)$

$=3+9+15+\cdots+(93)$

$=(3+93)\times16\div2$

$=\dfrac{96\times16}{2}$

$=96\times8$

＝**768**（枚）

✐**注**　この計算の方法は昨年度の中期の大問 6 番の最後でも紹介しましたが，今年も書いておきます。

上のような規則的な数の和は，「**最初の数と最後の数を足して 2 で割って個数をかける**」と覚えておこう。京都府の入試では毎年出題されている。

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 3 & 9 & 15 & \cdots & 87 & 93 \\ +\,) & 93 & 87 & 81 & \cdots & 9 & 3 \\ \hline & 96 & 96 & 96 & \cdots & 96 & 96 \end{array}$$

16 個

(3)［さて，ラスボスの登場です。枚数の合計が 3826 枚なんて数えられるわけがありません。したがって，規則を見つけろということでしょう。またまた，表に合計を書いてみます。何か手がかりがつかめるはずです。］

タイルの枚数の総数は次の表のようになる。

図形	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目
タイル A	1	1	7	7	19	19
タイル B	0	3	3	12	12	27
合計	1	4	10	19	31	46
増加量		+3 枚	+6 枚	+9 枚	+12 枚	+15 枚

したがって，タイルの総数は次のように書けます。

1 番目の図形は 1 個，

2 番目の図形は 1+(**3**) 個，

3 番目の図形は 1+(**3＋6**) 個，

4 番目の図形は 1+(**3＋6＋9**) 個，

5 番目の図形は 1+(**3＋6＋9＋12**) 個，

6 番目の図形は 1+(**3＋6＋9＋12＋15**) 個

(　) の中は 3 の倍数を足していきます。3 の倍数を何個足すか考えましょう。

1 番目は 0 個，2 番目は **1** 個，3 番目は **2** 個，4 番目は **3** 個，5 番目は **4** 個，6 番目は **5** 個

です。ですから，3 の倍数を 番号 − 1 個足せばよいわけです。それでは問題に取りかかりましょう。

n 番目の図形のタイル A の枚数とタイル B の枚数の和は

$$1+\{3+6+9+\cdots+3\times(n-1)\}$$
$$=1+\{3+3\times(n-1)\}\times(n-1)\div 2$$
$$=1+\frac{3n(n-1)}{2}$$

これが，3826 に等しいから

$$1+\frac{3n(n-1)}{2}=3826$$
$$\frac{3n(n-1)}{2}=3826-1$$
$$\frac{3n(n-1)}{2}=3825$$

両辺に 2 を掛け，さらに 3 で割ると

$$\frac{3n(n-1)}{2}\times 2=3825\times 2$$
$$3n(n-1)=3825\times 2$$
$$\frac{3n(n-1)}{3}=\frac{3825\times 2}{3}$$
$$n(n-1)=1275\times 2$$
$$n(n-1)=2550$$

$n(n-1)$ は連続する 2 つの整数の積で，

$$50\times 50=2500$$

であるから，$n=51$ としてみると

$$n(n-1)=51\times(51-1)=51\times 50=2550$$

したがって，　　　$\boldsymbol{n=51}$

（n は奇数だから条件を満たしている。）

感想 何というか，大問 6 番，これ時間内で解ける中学生がいるのでしょうか。はなはだ疑問です。小問の (1) だけできれば合格ラインなので，これはこれでいいのかもしれませんが，解けないと分かっている問題を出すのはいかがなものでしょうか。今年も文句たらたらで解いてみましたが，普段，難関大学の入試問題を解いている人間でも瞬殺というわけには行きません。恥ずかしながら，本番で満点は絶対とれません。一番時間がかかったのは大問 4 番の (2) と大問 5 の (3) でした。合わせて 30 分はかかっていると思います。4 番は相似に気づかず，方べきの定理とかでゴネゴネ，5 番は重心の利用に気づかず，3 平方とかでのたうち回っていました。結果は合っていましたが，壮絶な時間の無駄でした。とりあえず，受験生の皆様，お疲れさまでした。試験会場という極限状態の中，これらの問題に取り組まれたことに，敬意を表したいと思います。

京都府立高校数学入試過去問のページ

外賀塾のトップページ