一個人の感想程度の解答ですので，参考程度に利用してください。

令和 6 年度京都府公立高等学校入学者選抜
前期選抜学力検査

共通学力検査　数学

$\boxed{1}$

(1)　$(-3)^3+4^2\times\dfrac{9}{8}$

$=(-27)+16\times\dfrac{9}{8}$

$=(-27)+2\times9$

$=-27+18$

$=\mathbf{-9}$

(2) $2x-6-\dfrac{x-7}{2}$

$=\dfrac{4x}{2}-\dfrac{12}{2}-\dfrac{x-7}{2}$

$=\dfrac{4x-12-(x-7)}{2}$

$=\dfrac{4x-12-x+7}{2}$

$=\boldsymbol{\dfrac{3x-5}{2}}$

(3) $\dfrac{2}{5}x^3y^3\div(-2y)\div\left(-\dfrac{1}{25}xy^2\right)$

[かけ算・割り算だけの式は，まず符号を考える。本問はマイナスが 2 個なので結果はプラス]

$=\dfrac{2}{5}x^3y^3\div2y\div\left(\dfrac{1}{25}xy^2\right)$

[アルファベットを分子に書く]

$=\dfrac{2x^3y^3}{5}\div2y\div\dfrac{xy^2}{25}$

[割り算は逆数のかけ算に直す]

$=\dfrac{2x^3y^3}{5}\times\dfrac{1}{2y}\times\dfrac{25}{xy^2}$

[数字，x, y の順に計算しよう]

$=\left(\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{25}{1}\right)\times\left(\dfrac{x^3}{1}\times\dfrac{1}{x}\right)\times\left(\dfrac{y^3}{1}\times\dfrac{1}{y}\times\dfrac{1}{y^2}\right)$

$=5\times x^2\times1$

$=\mathbf{5}\boldsymbol{x^2}$

[ここでは詳しく書いたが，もっとさっさと計算してもよい]

(4) [対応表を書いて計算しよう]

$y=\dfrac{16}{x}$ に $x=2$, $x=4$ を代入すると

$x=2$ のとき $y=\dfrac{16}{2}=8$

$x=4$ のとき $y=\dfrac{16}{4}=4$

x	$2\ \to\ 4$
y	$8\ \to\ 4$

よって，変化の割合は

$\dfrac{4-8}{4-2}=\dfrac{-4}{2}=\mathbf{-2}$

(5) [$c=\square$ の形に変形しよう]

$a-6c=8b$

$-6c=-a+8b$

$\dfrac{-6c}{-6}=\dfrac{-a}{-6}+\dfrac{8b}{-6}$

$\boldsymbol{c=\dfrac{a}{6}-\dfrac{4b}{3}}$

[上の解以外にも答え方がある。たとえば]

$\boldsymbol{c=\dfrac{a-8b}{6}}$　または　$\boldsymbol{c=\dfrac{1}{6}a-\dfrac{4}{3}b}$

ただし，$c=\dfrac{-a+8b}{-6}$ は減点対象だろう。分母は正の整数にするのがエチケットだから。

(6) [125 を 2 つの連続する平方数で挟もう]

$10^2=100$, $11^2=121$, $12^2=144$ であるから

$$11^2<125<12^2$$

よって　$11<\sqrt{125}<12$

したがって，$\sqrt{125}$ の整数部分の値は **11**

(7) [両辺を 2 で割ってから解の公式]

$$2x^2-18x+12=0$$

両辺を 2 で割ると

$$x^2-9x+6=0$$

解の公式より

$x=\dfrac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times1\times6}}{2\times1}$

$=\dfrac{9\pm\sqrt{81-24}}{2}$

$=\boldsymbol{\dfrac{9\pm\sqrt{57}}{2}}$

(8) [面積の公式に代入]

- 円の面積 S : S$=\pi r^2$
- 球の表面積 T : T$=4\pi r^2$

半球部分の表面積は

$\pi\times4^2\times\dfrac{1}{2}=\pi\times16\times\dfrac{1}{2}=8\pi$

円の部分の面積は

$\pi\times4^2=16\pi$

よって，答えは　$8\pi+16\pi=\boldsymbol{24\pi}$

(9) [累積相対度数の処理がポイント]

13 以上 16 未満の階級の相対度数は

$0.04-0.04=0$

したがって　$\mathbf{X=0}$

度数の和は

$1+0+2+4+5+3+\mathrm{Y}+2+1=25$

$18+\mathrm{Y}=25$

$\mathbf{Y=7}$

このとき，28 回以上 31 回未満の階級の相対度数は

$$\frac{7}{25}=0.28$$

したがって，累積相対度数 Z は

$$\mathbf{Z}=0.60+0.28=\mathbf{0.88}$$

$\boxed{2}$

［ちょっと大変ですが，すべての場合を書き出しましょう。$2^4=16$ 通りあります］

表を H，裏を T で表すと

	100 円硬貨 1	100 硬貨 2	50 円硬貨 1	50 円硬貨 2
1	H	H	H	H
2	H	H	H	T
3	H	H	T	H
4	H	H	T	T
5	H	T	H	H
6	H	T	H	T
7	H	T	T	H
8	H	T	T	T
9	T	H	H	H
10	T	H	H	T
11	T	H	T	H
12	T	H	T	T
13	T	T	H	H
14	T	T	H	T
15	T	T	T	H
16	T	T	T	T

(1) 全部で 16 通りあり，100 円硬貨が 2 枚とも表で，50 円硬貨が少なくとも 1 枚は表となる場合の数は，上の表の 1，2，3 の 3 通りある。

したがって，求める確率は　$\mathbf{\dfrac{3}{16}}$

(2)

表が出た硬貨の合計金額は全部で

0 円，50 円，100 円，150 円，200 円，250 円，300 円の 7 通りであるが，上の表で考えると

100 円となるのは　4，8，13

150 円となるのは　6，7，10，11

200 円となるのは　4，5，9

の 10 通りである。

よって，求める確率は　$\dfrac{10}{16}=\mathbf{\dfrac{5}{8}}$

注 英語で「表」は Head，「裏」は Tail と言います。なお，余事象［そうならない場合］を考えてもできそうです。

出た硬貨の合計金額が

0 円となるのは　16

50 円となるのは　14，15

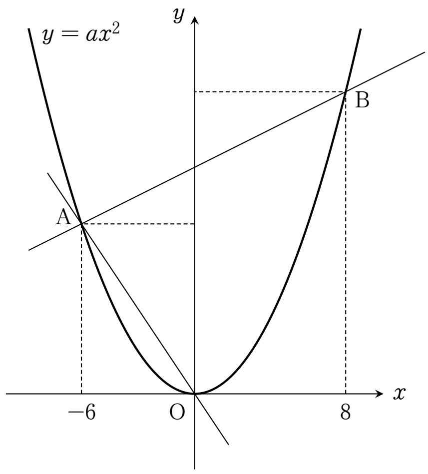
250 円となるのは　3，4

300 円となるのは　1

の 6 通りである。

よって，求める確率は　$\dfrac{16-6}{16}=\dfrac{10}{16}=\mathbf{\dfrac{5}{8}}$

$\boxed{3}$



(1)［まず点 A の y 座標を求めよう］

$y=ax^2$ に $x=-6$ を代入すると

$y=a\times(-6)^2$

$y=36a$

したがって，2 点 O，A を通る直線の傾きは

$$\frac{0-36a}{0-(-6)}=-6a$$

これが $-\dfrac{3}{2}$ に等しいから

$$-6a=-\frac{3}{2}$$

$$a=\frac{3}{2\times6}$$

$$=\mathbf{\frac{1}{4}}$$

(2)［A，B の y 座標を求め，2 点を通る直線の方程式の求め方を利用］

$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=-6$, $x=8$ を代入すると

$x=-6$ のとき

$$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=\frac{1}{4}\times36=9$$

$x=8$ のとき

$$y=\frac{1}{4}\times8^2=\frac{1}{4}\times64=16$$

よって，A，B の座標はそれぞれ

A$(-6, 9)$，B$(8, 16)$

直線 AB の方程式を $y=px+q$ とおく。

2 点 A，B を通るから

$9=-6p+q$ …… ①

$16=8p+q$ …… ②

①－② より　　$-7=-14p$

$$14p=7 \quad \text{つまり} \quad p=\frac{1}{2}$$

$p=\frac{1}{2}$ を ① に代入して

$$9=-6\times\frac{1}{2}+q$$
$$9=-3+q$$
$$-3+q=9 \quad \text{よって} \quad q=12$$

したがって，答えは　　$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+12}$

(3)［等積変形を利用。A を通って傾き $-\frac{5}{6}$ の直線と，原点を通って直線 AB に平行な直線との交点が C。］

等積変形により，点 C は，A を通って傾き $-\frac{5}{6}$ の直線 ℓ と，原点を通って直線 AB に平行な直線 m の交点である。

ℓ の方程式を $y=-\frac{5}{6}x+b$ とおくと，点 A を通るから

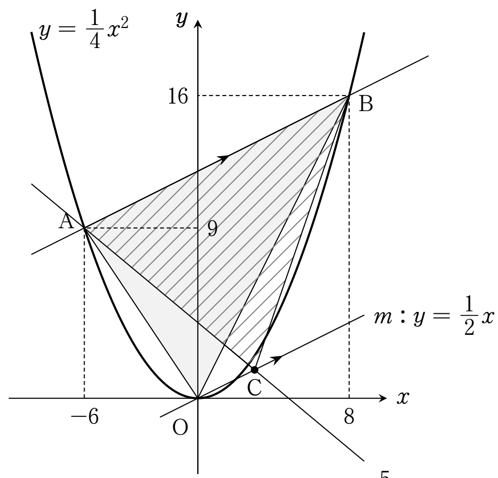
$$9=-\frac{5}{6}\times(-6)+b$$
$$9=5+b \quad \text{よって} \quad b=4$$

したがって，ℓ の方程式は $y=\frac{5}{6}x+4$ …… ①

直線 AB の傾きは［変化の割合を用いて］

$$\frac{16-9}{8-(-6)}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$$

よって，また，直線 m の方程式は $y=\frac{1}{2}x$ …… ②



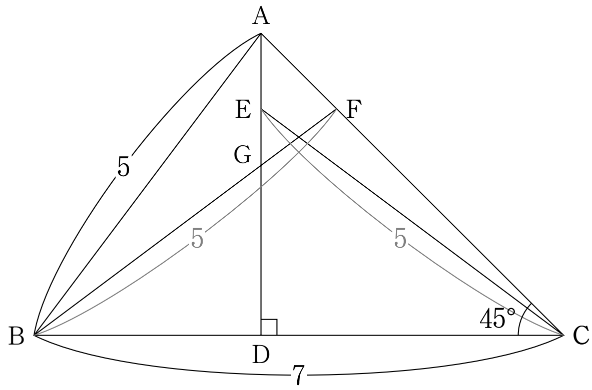
よって，①，② を連立させて解くと

$$\frac{1}{2}x=-\frac{5}{6}x+4$$
$$3x=-5x+24$$
$$8x=24$$
$$x=3$$

このとき　$y=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$

したがって，点 C の座標は　$\boldsymbol{C(3,\ \frac{3}{2})}$

$\boxed{4}$



(1)［直角三角形の合同条件を考えよう］

△ABD と △CED において

仮定より　$\angle ADB=\angle CDE=90^\circ$ …… ①

仮定より　$AB=CD$ …… ②

$\angle ADC=90^\circ$, $\angle ACD=45^\circ$ であるから，△ADC は直角二等辺三角形である。したがって，

$$AD=CD \text{ …… ③}$$

①，②，③ より

直角三角形で斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD\equiv\triangle CED$$

$\boxed{終}$

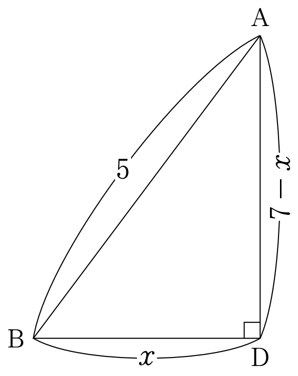
(2)［BD を x とおき，CD，AD を x で表し，△ABD で三平方の定理を用いる］

以下，計算と途中は単位の cm を省略する。

$BD=x$ とおくと　　$CD=7-x$

△ADC は直角二等辺三角形であるから

$$AD=CD=7-x$$



△ABD で三平方の定理を用いると

$$x^2+(7-x)^2=5^2 \text{ …… ①}$$
$$x^2+(49-14x+x^2)=25$$
$$2x^2-14x+24=0$$
$$x^2-7x+12=0$$
$$(x-3)(x-4)=0$$

よって　　$x=3,\ 4$

$x=3$ のとき　　$CD=7-3=4$

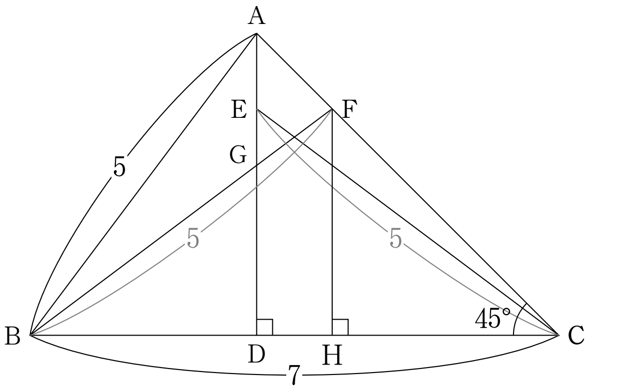
これは，条件 $BD<CD$ を満たす。

$x=4$ のとき　　$CD=7-4=3$

これは，条件 $BD<CD$ に反する。

よって　　　　**BD ＝ 3 cm**

[EG を直接求めるのは無理ぽ。DE と DG を求めて差をとろう]



[FH を求めて，平行線と比例の関係から DG を求めよう。]

F から辺 BC に垂線 FH を下ろし，

$$FH=y$$

とおく。△FHC は $FH=HC$ の直角二等辺三角形であるから，

$$CH=FH=y$$

である。このとき　　$BH=7-y$

△BHF で三平方の定理を用いると

$$(7-y)^2+y^2=5^2$$

これは (2) の ① の x を y に代えたものだから

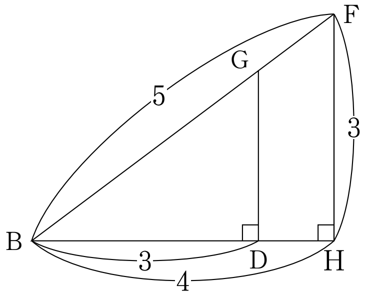
$y=3,\ 4$

である。$CH<CD$ であるから

$$y=3$$

よって　　　$FH=CH=3$

また　　　$BD=3,\ BH=4$



平行線と比例の関係より

$GD:FH=3:4$

よって　$GD:3=3:4$

$$4GD=3\times3$$
$$4GD=9$$
$$GD=\frac{9}{4}$$

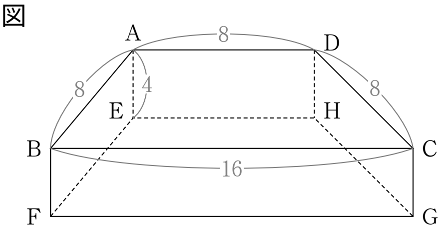
また (1) より　$DE=3$

したがって

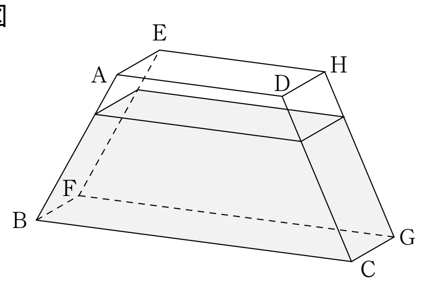
$$EG=ED-GD=3-\frac{9}{4}=\frac{12}{4}-\frac{9}{4}=\mathbf{\frac{3}{4}}$$

$\boxed{5}$ [例によって単位の cm は略す]

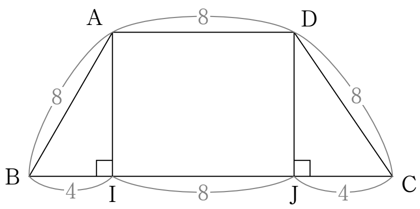
第 **I** 図



第 **II** 図



(1) 台形 ABCD で，点 A，D からそれぞれ辺 BC に垂線 AI，DJ を下ろす。



図形の対称性から，

$$BI=4,\ IJ=8,\ JC=4$$

△ABI で三平方の定理を用いると

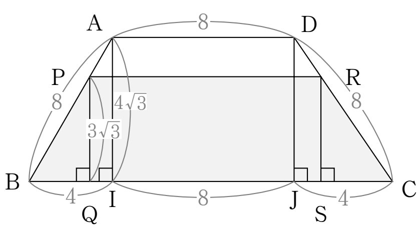
$$BI^2+AI^2=AB^2$$
$$4^2+AI^2=8^2$$
$$16+AI^2=64$$
$$AI^2=64-16$$
$$AI^2=48$$

$AI>0$ だから

$$AI=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$$

よって，高さは AI としてよいから，答えは $\mathbf{4\sqrt{3}}$

(2)



AB，DC と水面との交点をそれぞれ P，R，P，R から辺 BC にそれぞれ垂線 PQ，RS を下ろすと

$$PQ=RS=3\sqrt{3}$$

AI // PQ であるから，平行線と比例の関係より

$$\mathrm{BQ}:\mathrm{BI}=\mathrm{PQ}:\mathrm{AI}$$
$$\mathrm{BQ}:4=3\sqrt{3}:4\sqrt{3}$$
$$\mathrm{BQ}:4=3:4$$
$$4\mathrm{BQ}=4\times3$$
$$\mathrm{BQ}=3$$

よって

$\mathrm{PR}=\mathrm{BC}-(\mathrm{BQ}+\mathrm{CS})=16-(3+3)=16-6=10$

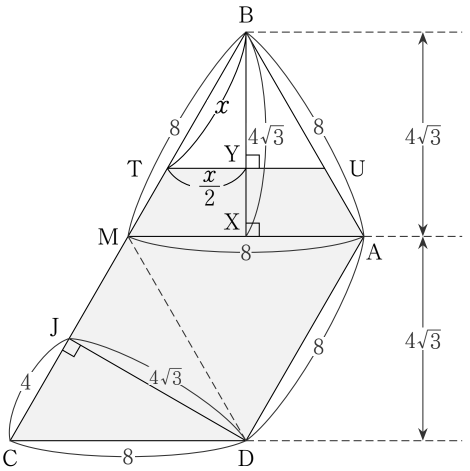
したがって，求める水の体積をVとすると，Vは台形PBCRを底面とし，BFを高さとする四角柱の体積と等しいから

$$\begin{aligned}\mathrm{V}&=\frac{1}{2}(\mathrm{BC}+\mathrm{PR})\times\mathrm{PQ}\times\mathrm{BF}\\&=\frac{1}{2}(16+10)\times3\sqrt{3}\times4\\&=\frac{1}{2}\times26\times3\sqrt{3}\times4\\&=\mathbf{156\sqrt{3}\ cm^3}\end{aligned}$$

(3) △CDJで3辺の比を考えると

$$\mathrm{CJ}:\mathrm{CD}:\mathrm{DJ}=4:8:4\sqrt{3}=1:2:\sqrt{3}$$

したがって△CDJは30°, 60°, 90°の三角定規であるから，BCの中点をMとすると，△CDA, △MDA, △BMAはすべて一辺が8cmの合同な正三角形である。

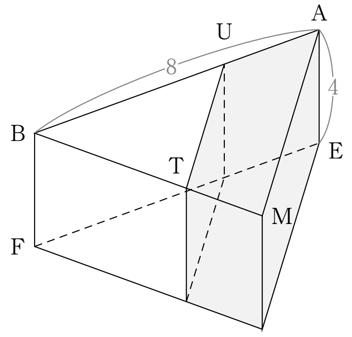


ここで水面が△BMAにまでくるのかどうか確認しておこう。

平行四辺形CDAMを底面としAE(**第Ⅰ図**参照)を高さとする四角柱の体積は　$8\times4\sqrt{3}\times4=128\sqrt{3}$　であるから，これは水の体積$156\sqrt{3}$より小さい。したがって，水面は△BMAまで上がる。

水面とBM，BAとの交点をそれぞれT，U，点BからMAに垂線BXをおろし，BXとTUの交点をYとする。

台形TMAUを底面とし，高さがAEである四角柱の体積が$156\sqrt{3}-128\sqrt{3}=28\sqrt{3}$であればよい。すると，正三角形BMAを底面とし，高さAEとする三角柱の体積は$\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times4=64\sqrt{3}$であるから，正三角形BTU[上の図の白い部分]を底面とし高さがAEである三角柱の体積が$64\sqrt{3}-28\sqrt{3}=36\sqrt{3}$であればよい。



（この三角柱全体の体積は$64\sqrt{3}$，網目部分の体積は$28\sqrt{3}$であるから，白い部分の三角柱の体積は$36\sqrt{3}$）

$\mathrm{BT}=x$とすると，$\mathrm{BY}=\dfrac{1}{2}\times x\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$であるから，

$$\left(\frac{1}{2}\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\times4=36\sqrt{3}$$
$$\sqrt{3}x^2=36\sqrt{3}$$
$$x^2=36$$

$x>0$だから　　$x=\sqrt{36}=6$

よって　$\mathrm{BY}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$

したがって　$\mathrm{XY}=\mathrm{BX}-\mathrm{BY}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

ゆえに，求める水面の高さは

$$4\sqrt{3}+\sqrt{3}=\mathbf{5\sqrt{3}}$$

$\boxed{6}$ [ド，レ，ミ，ファ，ソの繰り返しだから，5音を1つのグループと見る。]

(1) $20\div5=4$であるから，20音目を吹いたとき，ド，レ，ミ，ファ，ソをちょうど4回繰り返したことになる。したがって，20音目に吹いた音は　ソ　である。
トーンホールC[以下，単にCと書く]は，1回繰り返す毎に4回閉じるから，Cが閉じた回数は　$4\times4=\mathbf{16}$

(2) $113\div5=22$あまり3であるから，113音目は，23週目の3音目の音であるからミである。Dは1周するたびにドの音に対して1回閉じられるから，Dを閉じた回数は　$22+1=\mathbf{23}$

(3) 第k周目 の5音目のソの音を吹き終わった段階でA，Bを閉じた回数は次の表のようになる。

	1音目	2音目	3音目1	4音目	5音目
	ド	レ	ミ	ファ	ソ
A	$4k-2$	$4k-2$	$4k-1$	$4k$	$4k$
B	$3k-2$	$3k-1$	$3k$	$3k$	$3k$
差	$k-1$	$k-1$	$k-1$	k	k

[1] $k-1=1258$ のとき

$k=1259$ であるから，1259 周目のド，レ，ミのいずれかである。

ドは，$5\times1258+1=6290+1=6291$ 音目

レは，$5\times1258+2=6290+2=6292$ 音目

ミは，$5\times1258+3=6290+3=6293$ 音目

である。条件より

$$5n^2+5n-7=6291 \cdots\cdots ①$$

$$5n^2+5n-7=6292 \cdots\cdots ②$$

$$5n^2+5n-7=6293 \cdots\cdots ③$$

をそれぞれ解けばよい。

① から　$5n^2+5n=6298$

n は自然数だから，左辺は 5 の倍数だが，右辺は 5 で割り切れない。よって　① を満たす自然数 n は存在しない。

② も同様の理由で成り立たない。

③ のとき　$5n^2+5n=6300$

両辺を 5 で割ると　$n^2+n=1260$

$$n(n+1)=1260(=4\times5\times7\times9)$$

左辺は連続する 2 つの自然数の積で，右辺を変形すると 35×36 となるから

$$n(n+1)-35\times36=0$$

$$n^2+n-35\times36=0$$

$$(n-35)(n+36)=0$$

$n>0$ であるから　$n=35$

[2] $k=1258$ のとき

1258 周目のファかソのいずれかである。

ファは，$5\times1258-1=6290-1=6289$ 音目

ソは，$5\times1258=6290$ 音目

である。条件より

$$5n^2+5n-7=6289 \cdots\cdots ④$$

$$5n^2+5n-7=6290 \cdots\cdots ⑤$$

をそれぞれ解けばよいが，どちらも [1] の場合と同様に考えると，成り立たないことがわかる。

よって，[1]，[2] より　$\boldsymbol{n=35}$

（以上です）

京都府立高校数学入試解説のページに戻る