

2023 中期

この解答は一個人の感想にすぎませんので、参考程度にご利用ください。思わぬ計算ミスなどたくさんあるかもしれません。よろしくお願ひします。問題自体は京都新聞のサイトへ

<https://www.kyoto-np.co.jp/articles/-/717723>

今年から無料会員登録が必要になりましたね。

Date

①

□

$$\begin{aligned} (1) & -6^2 + 4 \div \left(-\frac{2}{3}\right) \\ & = -36 + 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \\ & = -36 - 6 \\ & = \underline{-42} \dots [1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 4a^2b^2 \div 6a^2b \times 3ab \\ & = \frac{4a^2b^2 \times 3ab}{6a^2b} \\ \text{数字: } & \frac{4 \times 3}{6} = 2 \\ a: & \frac{a \times a}{a^2} = 1 \\ b: & \frac{b^2 \times b}{b} = b^2 \\ \text{よ} \text{し} & \underline{2b^2} \dots [2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & \sqrt{48} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{24} \\ & = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} \\ & = 4\sqrt{3} - 6\sqrt{12} \\ & = 4\sqrt{3} - 6 \times 2\sqrt{3} \\ & = 4\sqrt{3} - 12\sqrt{3} \\ & = \underline{-8\sqrt{3}} \dots [3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & \begin{cases} 4x + 3y = -7 \dots ① \\ 3x + 4y = -14 \dots ② \end{cases} \\ & ① \times 4: 16x + 12y = -28 \\ & -) ② \times 3: 9x + 12y = -42 \\ \hline & 7x = 14 \\ & x = 2 \end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ ①に代入して}$$

$$4 \times 2 + 3y = -7$$

$$8 + 3y = -7$$

$$3y = -7 - 8$$

$$3y = -15$$

$$y = -5$$

$$\text{よ} \text{し} \underline{x=2, y=-5} \dots [4]$$

$$(5) xy^2 - x^2y = xy(y-x)$$

$$xy = (\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3) = (\sqrt{5})^2 - 3^2$$

$$= 5 - 9 = -4$$

$$y-x = \sqrt{5}-3 - (\sqrt{5}+3)$$

$$= \sqrt{5}-3 - \sqrt{5}-3$$

$$= -6$$

$$\text{よ} \text{し} \underline{-4 \times (-6) = 24} \dots [5]$$

$$(6) y = \frac{16}{x}, x, y \text{ は整数だから}$$

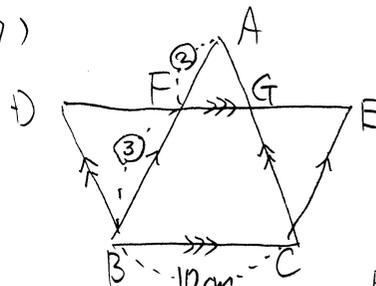
x は 16 の約数 (マイナスも含む)

$$\text{よ} \text{し} x = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16$$

(この x の各値に対して y の値も \pm で決まるから)

答えは 10個 $\dots [6]$

(7)



$\triangle AFG \sim \triangle ABC$

\therefore 相似比は

$$AF:AB$$

$$= 2:2+3 = 2:5$$

よし

$$FG:BC = 2:5$$

$$5FG = 2BC$$

$$FG = \frac{2}{5}BC$$

$$= \frac{2}{5} \times 10$$

$$= 4 \text{ (cm)}$$

△AFGの△BFD (2角相等)で、

相似比は AF:BF = 2:3

∴ FG:FD = 2:3

$$2FD = 3FG$$

$$FD = \frac{3}{2}FG$$

$$FD = \frac{3}{2} \times 4 = 6 \text{ (cm)}$$

また、△AFGの△CEG (2角相等)で、

相似比は AG:CG (= AF:FB) = 2:3

∴ FG:EG = 2:3

$$2EG = 3FG$$

$$EG = \frac{3}{2}FG$$

$$EG = \frac{3}{2} \times 4 = 6 \text{ (cm)}$$

∴

$$DE = DF + FG + GE$$

$$= 6 + 4 + 6$$

$$= 16 \text{ (cm)} \dots [9]$$

(8) データを大小順に並べかえる

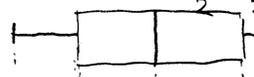
24, 28, 28, 31, 33, 35, 39, 40

↑ ↑ ↑ ↑

最小値 第1四分位数 中央値 第3四分位数 最大値

四分位数: $28, \frac{31+33}{2} = 32, \frac{35+39}{2} = 37, 40$

中央値: $\frac{28+31}{2} = 29.5$



20 24 25 28 30 32 35 37 40

2 (1) 円柱部分の体積は

$$\pi \times 5^2 \times 3 = \pi \times 25 \times 3 = 75\pi \text{ cm}^3$$

円錐部分の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = \frac{1}{3} \times \pi \times 16 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$$

∴ 答えは $75\pi + 16\pi = 91\pi \text{ cm}^3$
..... [9]

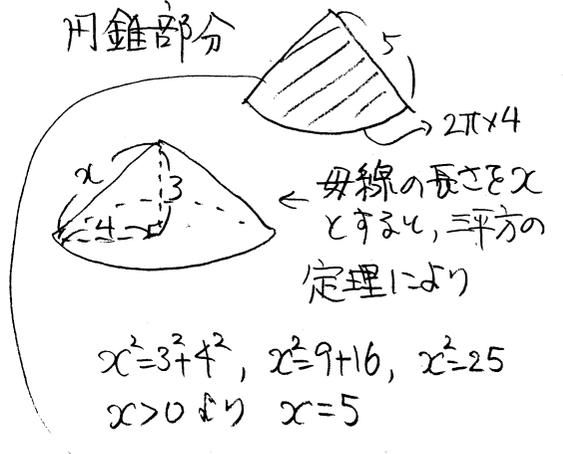
(2) 円柱部分



$$= \pi \times 5^2 + 3 \times 2\pi \times 5 + \pi \times 5^2 - \pi \times 4^2$$

$$= 25\pi + 30\pi + 25\pi - 16\pi = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

円錐部分



$$x^2 = 3^2 + 4^2, x^2 = 9 + 16, x^2 = 25$$

$$x > 0 \text{ ∴ } x = 5$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 2\pi \times 4 \times 5 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

∴ 答えは

$$64\pi + 20\pi = 84\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

..... [10]

..... [8]

3 (1) 表をかきましょ。

X	1	9	12
3		0	0
6		0	0
11			0

「真人さんが勝つ」を0で表す。
 すべての場合の数はいくら通り。
 真人さんが勝つのはいく通り。
 よって、答えは

$$\frac{5}{9} \dots \dots [11]$$

(2) (同じように6回もせらせるなら...)

(ア) 以下、真人さんが勝つを0で表す。

X	1	4	9	12
2		0	0	0
3		0	0	0
6			0	0
11				0

すべての場合の数は16,
 0は9。

条件に合う。(0が8個
 ならOK)

(イ)

	1	4	9	12
3		0	0	0
5			0	0
6			0	0
11				0

0が8個
 だから
 条件に合う。

(ウ)

	1	4	9	12
3		0	0	0
6			0	0
7			0	0
11				0

0が8個
 だからOK

(エ)

	1	4	9	12
3		0	0	0
6			0	0
8			0	0
11				0

OK

(オ)

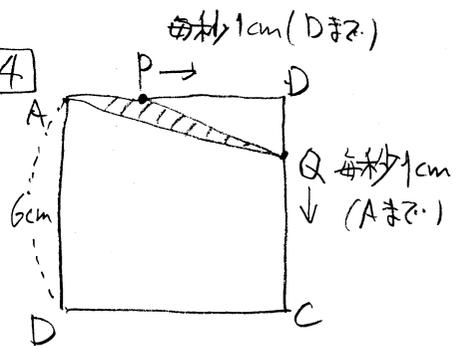
	1	4	9	12
3		0	0	0
6			0	0
10				0
11				0

ダメ

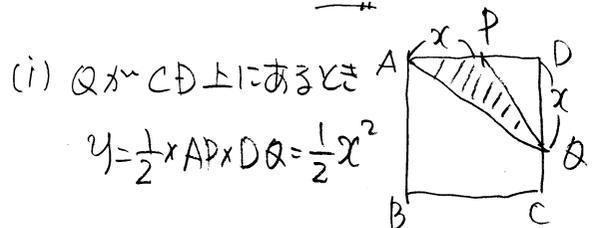
(カ) (オ)と同じくダメ

以上から、答えは (1), (ウ), (エ)
 ... [12]

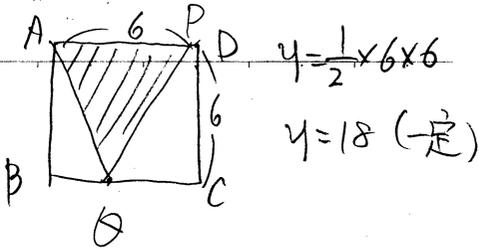
4



(i) $x=1$ のとき $AP=1, DQ=1$
 よって、 $y = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2} \dots \dots [13]$

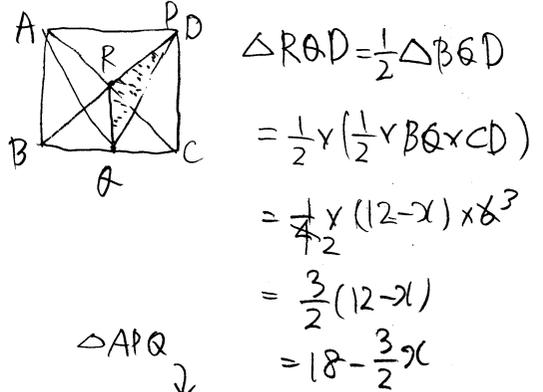


Date (ii) QがBC上にあるとき



これは $0 < x \leq 6$ をみたす。

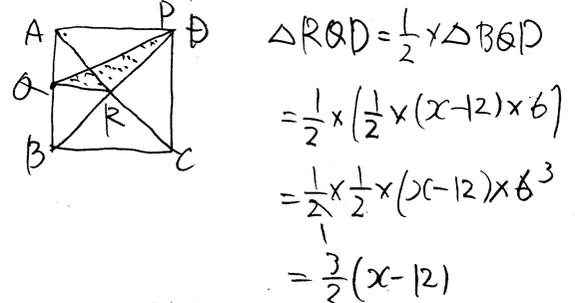
(ii) のとき, $6 \leq x \leq 12$



$\triangle APQ \downarrow$
 $\therefore 18 = 18 - \frac{3}{2}x, 0 = -\frac{3}{2}x, x=0$

これは $6 \leq x \leq 12$ をみたさずい。

(iii) のとき $12 \leq x \leq 18$



$\triangle APQ \downarrow$
 $= \frac{3}{2}x - 18$

$54 - 3x = \frac{3}{2}x - 18$

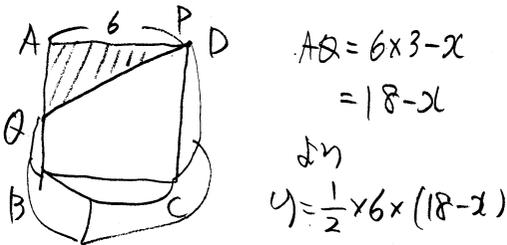
(x3) $108 - 6x = 3x - 36$
 $-6x - 3x = -36 - 108$
 $-9x = -144$

$x = 16$

これは $12 \leq x \leq 18$ をみたす。

以上から, $x = 3, 16 \dots [14]$

(iii) QがAB上にあるとき

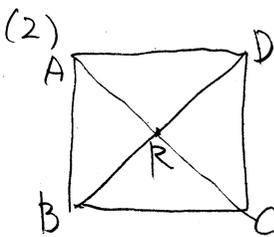


この3つ分をたすとx

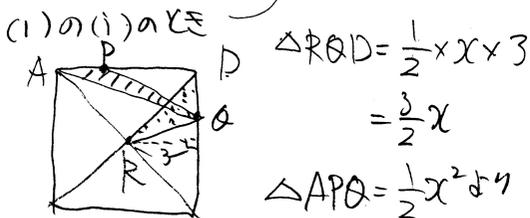
$y = 3(18 - x)$

$y = 54 - 3x$

よって, 放物線 \rightarrow 横線 \rightarrow 直線
 したがって, 答えは (7) $\dots \dots [13]$



$0 < x \leq 6 \dots$

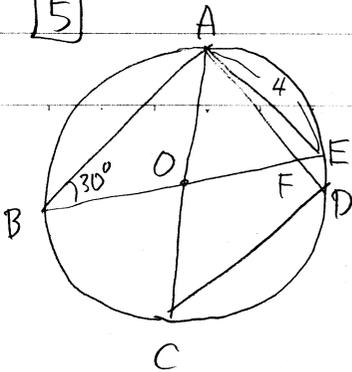


$\frac{1}{2}x^2 = \frac{3}{2}x$

(x2) $x^2 = 3x$

$x \neq 0$ のため, 両辺を x で割ると $x=3$

5



(1) $\angle BAE = 90^\circ$ (直径の円周角) だから
 $\angle AEB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

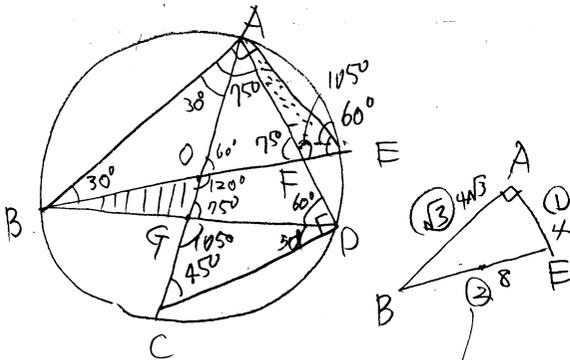
よって $\triangle ABE$ は 30° 直角三角形だから
 辺の比は $1 : 2 : \sqrt{3}$

よって
 $BE : EA = 2 : 1$

よって
 $BE : 4 = 2 : 1$

$BE = 8$ [15]

(2) [分かっている角度, 長さを記入]



$\angle BAF = 75^\circ, \angle BFA = 75^\circ$

よって $\triangle BAF$ は $BA = BF$ の二等辺三角形

である。

よって $BF = AB = \sqrt{3} AE$
 $= \sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}$

よって $EF = BE - BF$
 $= 8 - 4\sqrt{3}$ [16]

(3) $\triangle OBG \equiv \triangle EAF$ (2角夾辺相等)
 $(OB = EA = 4, \angle BOG = \angle AEF = 60^\circ,$
 $\angle OBG = \angle EAF = 15^\circ)$

よって

$\triangle OBG = \triangle EAF$
 $= \triangle ABE \times \frac{FE}{BE}$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{8 - 4\sqrt{3}}{8}$
 $= \sqrt{3}(8 - 4\sqrt{3})$
 $= 8\sqrt{3} - 12$ [17]

6

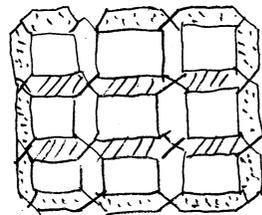
(1) タイルAの増え方は

$1 \rightarrow 4 \rightarrow 9 \rightarrow 16 \rightarrow \dots$

(1^2) (2^2) (3^2) (4^2)

だから 5番目は $5^2 = 25$ 枚 [18]

(2)



たとえば3番目の場合、

外周 は

$3 \times 4 = 12,$

↑ ↑
 番号 辺

内側の横 は

$3 \times 2 = 6$

縦は $3 \times 2 = 6$

↑ ↑
 同じ

3は番号, 2は番号-1 だから
 (3)

答は

結構難しいかも。

$$\begin{aligned}
 & 12 \times 4 + 2 \times (2 \times (12-1)) \\
 & \text{(外用) (縦, 横)} \\
 & = 48 + 24 \times 11 \\
 & = 48 + 264 \\
 & = \underline{312} \text{ 枚} \dots [19]
 \end{aligned}$$

⑤ (1)は容易だが、(2)(3)は気づかないとどろ沼にはまる。試験場では超難問だろう。

⑥ 規則性の問題。何番目の番号で各タイルの数を表すようにしよう。この手の問題は全国津々浦々で出題されている。たぶん練習すればこつがつかめるぞ。比較的容易。(以上)

(3) n 番目の図形で

タイルAは n^2 枚

タイルBは $n \times 4 + 2 \times n(n-1)$
(外用) (縦, 横)

$$\begin{aligned}
 & = 4n + 2n(n-1) \\
 & = 4n + 2n^2 - 2n \\
 & = 2n^2 + 2n
 \end{aligned}$$

タイルBの方がタイルAより多いので

$$\begin{aligned}
 2n^2 + 2n - n^2 & = 360 \\
 n^2 + 2n - 360 & = 0 \quad (20 \times 18 = 360) \\
 (n+20)(n-18) & = 0 \\
 n & = -20, 18 \\
 n > 0 \text{ より } n & = \underline{18} \dots [20]
 \end{aligned}$$

(※) ①は例年通り。(8)がやや面倒、

②は比較的容易

③は(2)が超めんどくさい。何でこんなことをさせるのか意味不明。

④はよくある問題。3通りに分けてそれぞれ考えないといけないので