

2023年 令和5年度 京都府立高等学校入学考査 前期 数学 解答例

この解答は一個人の思い込みによって作られていますので、完全には信用なさらず参考程度にご利用下さい。

1

$$\begin{aligned}
 (1) & -3^2 \times \{7 - (-4)^2\} \\
 & = -9 \times \{7 - (+16)\} \\
 & = -9 \times (7 - 16) \\
 & = -9 \times (-9) \\
 & = \underline{81} \dots\dots [1]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & \frac{3x-2y}{6} - \frac{4x-y}{8} \\
 & = \frac{4(3x-2y)}{24} - \frac{3(4x-y)}{24} \\
 & = \frac{4(3x-2y) - 3(4x-y)}{24} \quad \text{注意!!} \\
 & = \frac{12x-8y-12x+3y}{4} \\
 & = \frac{12x-12x-8y+3y}{4} \\
 & = -\frac{5y}{4} \left(= -\frac{5y}{4} \right) \dots\dots [2]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & 3\sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{54} \div \sqrt{3} \\
 & = 3 \times 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - \frac{\sqrt{54}}{3} \\
 & = 15\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{18} \\
 & = 15\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\
 & = (15-1-3)\sqrt{2} \\
 & = \underline{11\sqrt{2}} \dots\dots [3]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & \begin{cases} 2x-3y=5 \dots\dots ① \\ 3x-(4x-6y)=-1 \dots\dots ② \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ② & \Rightarrow 11Z \quad \text{注意!!} \\
 & 3x-4x+6y=-1 \\
 & -x+6y=-1 \dots\dots ③
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ① \times 2 & : 4x-6y=10 \\
 +) ③ & : -x+6y=-1 \\
 \hline
 & 3x = 9 \\
 & x = 3 \dots\dots ④
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ③ \text{ ④} & \Rightarrow 11Z \\
 2 \times 3 - 3y & = 5 \\
 6 - 3y & = 5 \\
 -3y & = 5-6 \\
 -3y & = -1 \\
 y & = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{よって } x=3, y=\frac{1}{3} \dots\dots [4]$$

$$\begin{aligned}
 (5) & \begin{array}{c|cc} x & a & a+2 \\ \hline y & -2a^2 & -2(a+2)^2 \end{array} \\
 & \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 & \qquad \qquad \qquad -2(a^2+4a+4) \\
 & \qquad \qquad \qquad = -2a^2-8a-8
 \end{aligned}$$

よって変化の割合は

$$\frac{(-2a^2-8a-8) - (-2a^2)}{a+2-a}$$

$$= \frac{-2a^2 - 8a - 8 + 2a^2}{2}$$

$$= \frac{-8a - 8}{2} \quad (\text{全部の項を2で割る})$$

$$= -4a - 4$$

これが-40に等しいから

$$-4a - 4 = -40$$

$$-4a = -40 + 4$$

$$-4a = -36$$

$$a = 9 \quad \dots \dots [5]$$

(*) 次のようなずるい(賢い?)方法があります。

変化の割合は -

$$-2(a + (a+2))$$

$$= -2(2a+2)$$

$$= -4a-4$$

t=から, ... (2以下, 上と同じ)

(6) $(2x+y+5)(2x+y-5)$
 [$2x+y$ がどちらにもあるの?]

$$2x+y = A \text{ とおく}$$

$$(A+5)(A-5)$$

$$= A^2 - 5^2$$

$$= A^2 - 25$$

$$= (2x+y)^2 - 25$$

↓ 元に戻す。

$$(4x^2 + 4xy + y^2) + 25$$

$$= 4x^2 + 4xy + y^2 + 25 \quad \dots \dots [6]$$

(7) $6x^2 + 2x - 1 = 0$

解の公式 $(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$ より

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6}$$

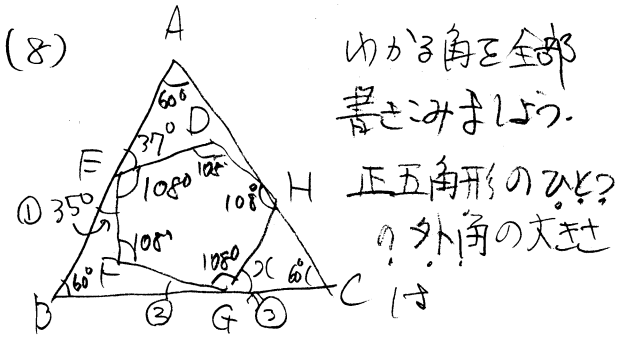
$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 24}}{12}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{12}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{12}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{6} \quad \dots \dots [7]$$

↓ 全部の項を2で割って



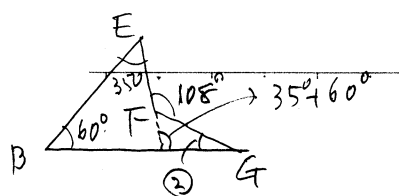
$360^\circ \div 5 = 72^\circ$ だから, ひだりの内角の大きさは $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

$$\angle BEF = 180^\circ - (37^\circ + 108^\circ)$$

$$= 180^\circ - 145^\circ$$

$$= 35^\circ \quad \dots \textcircled{1}$$

次に $\textcircled{2}$ 求める。



$60^\circ + 35^\circ + \textcircled{2} = 108^\circ$ から

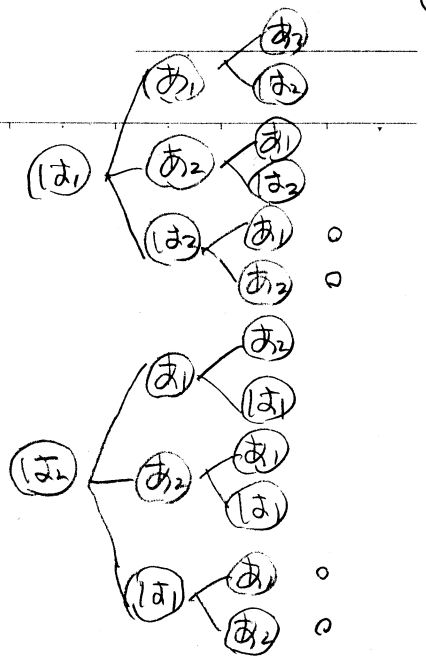
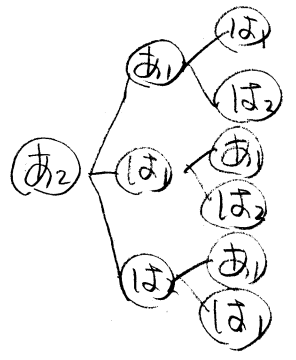
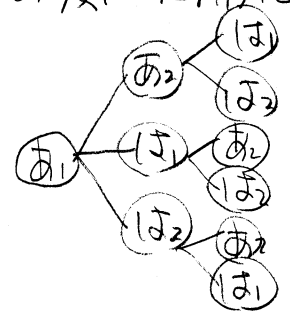
$\textcircled{2} = 108^\circ - 60^\circ - 35^\circ = 13^\circ$

よして

$\angle x = 180^\circ - 13^\circ - 108^\circ = 59^\circ$ [2]

[9] あたりくじを (あ₁), (あ₂), はずれくじを (は₁), (は₂) とする

太郎さん, 次郎さん, 花子さんの順に樹形図をかくと



条件に合うのは 〇 をつけた 4通り, すべての場合の数 12 $6 \times 4 = 24$ 通り
 であるからすべて同様に確からしい。よして 答えは

$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ [9]

(*) 高校ではむしろシンプルに次のように計算できるようにする。

太郎さん, 次郎さん, 花子さんがそれぞれ引き, 花子さんがあたりをひくこと

から $\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

2

データを大小順に並べなお

しまた

3, 4, 6, 8, 9, 11, 15 (a, b)

平均値は

$$\frac{(3+4+6+8+9+11+15+a+b) \div 9}{13 \quad 28}$$

$$= (13+28+15+a+b) \div 9$$

$$= (56+a+b) \div 9$$

これが 8 に等しいので

$$\frac{56+a+b}{9} = 8$$

両辺に 9 をかけ分母を払うと

$$56+a+b=72$$

$$a+b=72-56$$

$$a+b=16 \dots \textcircled{1}$$

$0 < a < b$ のとき、①を満たす a, b の
値の組は

$$(a, b) = (1, 15), (2, 14), \dots, (7, 9)$$

このうち、他の 7 個の値とがぶらぶらない
のは (=重複しない)

$$(a, b) = (2, 14)$$

$$\therefore a=2, b=14 \dots [10]$$

(2) データを並べなおします。

2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 14, 15 (本)

この時だと、中央値 8, 第 1 四分位数

は $\frac{3+4}{2} = 3.5$, 第 3 四分位数は

$$\frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12.5. \therefore \text{四分位}$$

範囲は $12.5 - 3.5 = 9$

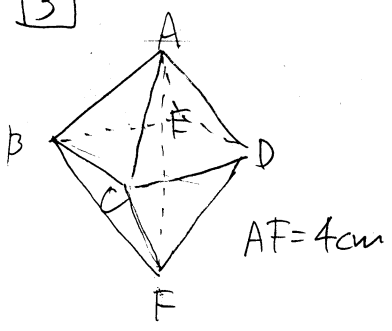
先生の持ったペットボトルの本数を x
(本); 中央値を M , 第 1 四分位数,
第 3 四分位数をそれぞれ a_1, a_2 ,
四分位範囲を X とすると

x	M	a_1	a_2	X
1	7	3	11	8
2	7	3	11	8
3	7	3	11	8
4	7	4	11	7
5	7	4	11	7
6	7	4	11	7
7	7.5	4	11	7
8	8	4	11	7
9	8.5	4	11	7
10		4	11	7
11		4	11	7
12		4	12	8
13		4	13	9
14		4	14	10
15		4	14	10

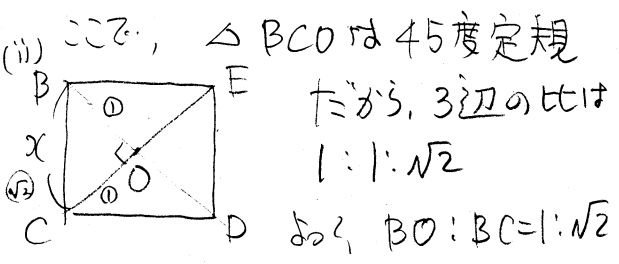
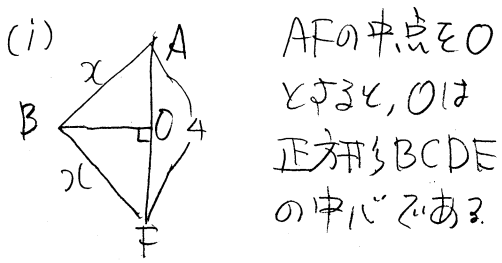
$x \geq 14$ のとき 明らかに $X \geq 10$

\therefore 答えは 13 (本) $\dots [11]$

3



(1) 1辺の長さを x とする。



$$\sqrt{2} BO = BC$$

$$BO = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}} \quad (\text{このまま!})$$

上の (i) 図より $AO=2$.

$\triangle ABO$ に三平方の定理を用いると

$$AB^2 = BO^2 + AO^2$$

$$x^2 = \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2^2$$

$$x^2 = \frac{x^2}{2} + 4$$

両辺に2をかけて、分母を払うと

$$2x^2 = x^2 + 8$$

$$x^2 = 8$$

$$x > 0 \text{ より } x = \sqrt{8} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \text{ (cm)}$$

..... [12]

(2) H は (1) の O と一致。

四角錐 $F-BCDE$ は合同な4つの三角錐 $H-BFE$, $H-CFB$, $H-DFC$, $H-EFD$ に分けられる。
 したがって求める体積は四角錐 $F-BCDE$ の $\frac{1}{4}$ であるから

$$\frac{1}{3} \times (2\sqrt{2})^2 \times 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times 8 \times 2 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{3} \text{ (cm}^3\text{)} \dots [13]$$

(3) 三角錐 $A-BFC$ の体積 V を2通りに計算する。

[その1] 正八面体の体積の $\frac{1}{4}$ であるから、

下の三角錐 $FBCDE$

$$V = \frac{1}{3} \times (2\sqrt{2})^2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{4}$$

正三角錐 $A-BCD$

$$= \frac{1}{3} \times 8 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{4} = \frac{8}{3} \dots \textcircled{a}$$

[その2] $\triangle BFC$ を底面と見る。

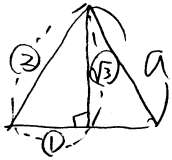
点 A と平面 BFC との距離を h (cm) とすると、

$$V = \frac{1}{3} \times \triangle BFC \times h = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{2})^2 \times h$$

次に解説

解説 一辺が a の正三角形
の面積は

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$\textcircled{1} = \frac{a}{2}, \textcircled{3} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

より
面積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times (2 \times \textcircled{1}) \times \textcircled{3} \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{a}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \end{aligned}$$

(*) 覚ておくべき格段に計算
が速くなる。→ 時間短縮!!

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{2}{8} \times h = \frac{2\sqrt{3}}{3} h \dots \textcircled{4}$$

よて, $\textcircled{4} = \textcircled{4}$ より

$$\frac{8}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} h$$

(両辺を $\sqrt{3}$ 代入)

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} h = \frac{8}{3}$$

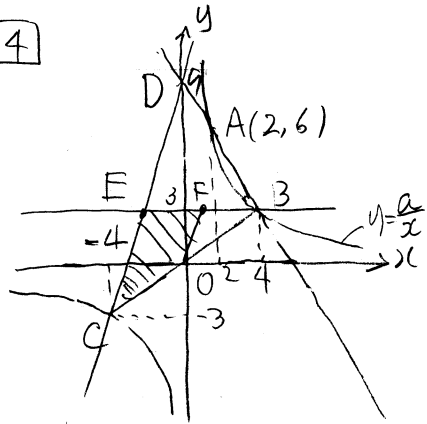
両辺に $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ をかけて

$$h = \frac{8}{3} \times \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)} \dots [14]$$

④



(1) $y = \frac{a}{x}$ は点 $A(2,6)$ を通るから
 $6 = \frac{a}{2}$

両辺に $2x$ をかけて

$$6 \times 2 = \frac{a}{2} \times 2$$

$$12 = a$$

よて, $a = 12$ [15]

(2) $B(4,3)$ より 直線 AB の方程式

は, 傾きが $\frac{3-6}{4-2} = \frac{-3}{2}$ だから

$$y = -\frac{3}{2}x + b$$
 とおける.

点 $A(2,6)$ を通るから

$$6 = -\frac{3}{2} \times 2 + b, \quad -3 + b = 6$$

$$b = 6 + 3, \quad b = 9$$

よて, $y = -\frac{3}{2}x + 9$

$$D(0,9)$$

また, E の x 座標を求める.

直線 CD の方程式は, 傾きが $\frac{12}{4} = 3$,

y 切片が 9 だから

$$y = 3x + 9$$

$y=3$ を t に代入して

$3 = 3x + 9$

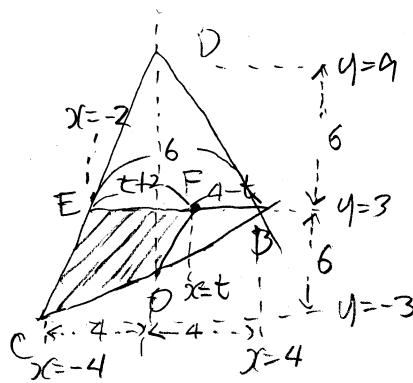
$3x + 9 = 3$

$3x = 3 - 9$

$3x = -6$

$x = -2$

$E(-2, 3)$



よって, $F(t, 3)$ とおく.

$-2 < t < 4$ である.

(四角形 COFE)

$= \triangle CBE - \triangle OBF$

$= \triangle CDE - \frac{1}{2} \times \frac{BF}{BE} \times \triangle CDE$

$= (1 - \frac{1}{2} \times \frac{BF}{BE}) \times \triangle CBE$

$= (1 - \frac{1}{2} \times \frac{4-t}{6}) \times \frac{1}{2} \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} (1 - \frac{4-t}{12}) \times \triangle BCD$

よって, $\sim = \frac{2}{5}$ であるから

$\frac{1}{2} (1 - \frac{4-t}{12}) = \frac{2}{5}$

$\frac{1}{2} \times \frac{12 - (4-t)}{12} = \frac{2}{5}$

$\frac{12 - 4 + t}{24} = \frac{2}{5}$

$\frac{8+t}{24} = \frac{2}{5}$

両辺に 120 をかけると

$120 \times \frac{8+t}{24} = 120 \times \frac{2}{5}$

$5(8+t) = 24 \times 2$

$40 + 5t = 48$

$5t = 48 - 40$

$5t = 8$

$t = \frac{8}{5} \dots [16]$

※ 直接, 面積を計算した方が速いから t をかたどる?

$\triangle BCD = \triangle CBE \times 2$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 2 = 36$

よって, 四角形 COFE $= 36 \times \frac{2}{5}$

よって, $\triangle OBF$

$\triangle OBF = \frac{1}{2} \times 36 - 36 \times \frac{2}{5}$

$= 36 \times (\frac{1}{2} - \frac{2}{5})$

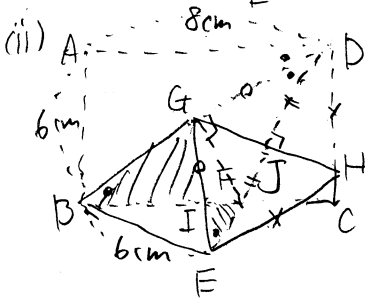
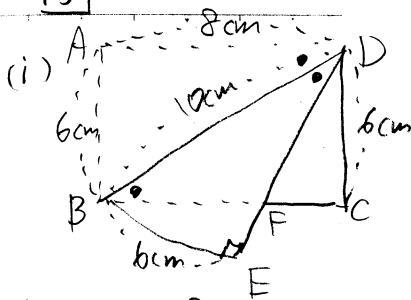
$= 36 \times (\frac{5}{10} - \frac{4}{10})$

$= 36 \times \frac{1}{10}$

$= \frac{18}{5}$

よって, $\frac{1}{2} \times (4-t) \times 3 = \frac{18}{5}$ より, $t = \frac{8}{5}$

5



(1) $\triangle IGK$ と $\triangle IFE$ において
 $\angle BIG = \angle EIF$ (対頂角)
 $\angle IBG = \angle ADB$ (錯角)
 (1) 図より $\angle ADB = \angle IEF$
 よって $\angle IBG = \angle IEF$
 2組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle IGK \sim \triangle IFE$ 〃 ... [17]

(2) まず、 $BD = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}$
 $= \sqrt{100} = 10$

$GD = GE = x$ とおく。

GH と OE の交点を J とする。

$\triangle GDJ$ の $\triangle BDA$ を、

3辺の比はどちらも $6:8:10$
 $= 3:4:5$

よって $GD = x$ とおく

$GD : DJ = 5 : 4$ より

$x : DJ = 5 : 4$

$\therefore DJ = 4x$

$DJ = \frac{4}{5}x$

$DE = 2DJ$, $DE = DA = 8$ より

$8 = 2 \times \frac{4}{5}x$, $\frac{8}{5}x = 8$, $8x = 40$

$x = 5$

よって $DG = 5$, $BG = 5$, $GE = 5$

$EF = y$ とおくと $FD = 8 - y = BF$

G は BD の中点で $FD = FB$ より $FG \perp BD$

よって $\triangle FGD$ の $\triangle BAD$ point!!

3辺の比が $3:4:5$ より

$DF : DG = 5 : 4$ より $DG = 5$ より

$DF : 5 = 5 : 4$

$4DF = 25$

$DF = \frac{25}{4}$

よって $\frac{25}{4} = 8 - y$

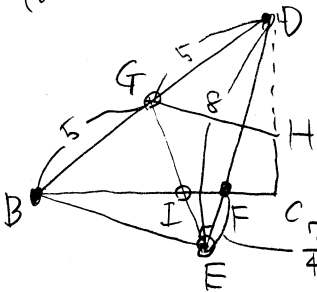
$y = 8 - \frac{25}{4}$

$y = \frac{32}{4} - \frac{25}{4}$

$y = \frac{7}{4} \text{ (cm)} \dots [18]$

* 目を追っただけならこの仮定はたぶん書か
 必要はありませんが"..."

(32)



△DFBでメネラウスの定理を用いると (●→○→●→○の順)

$$\frac{DE}{EF} \times \frac{FI}{IB} \times \frac{BG}{GD} = 1 \text{ より}$$

$$\left(\frac{8}{\frac{7}{4}}\right) \times \frac{FI}{IB} \times \frac{8}{8} = 1$$

$$\Rightarrow 8 \div \frac{7}{4} = 8 \times \frac{4}{7} = \frac{32}{7}$$

$$\frac{32}{7} \times \frac{FI}{IB} = 1$$

よって両辺に $\frac{7}{32}$ をかけ

$$\frac{FI}{IB} = \frac{7}{32}$$

$$FI:IB = 7:32$$

よって

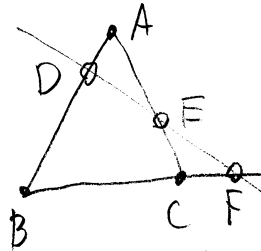
$$BI = \frac{32}{7+32} \times BF$$

$$= \frac{8 \times 32}{39} \times \frac{25}{4}$$

$$= \frac{200}{39} \dots \dots [19]$$

解説 メネラウスの定理

△ABCの各辺またはその延長と交わる直線ℓがあるとき、



メネラウスの定理が成り立つ。

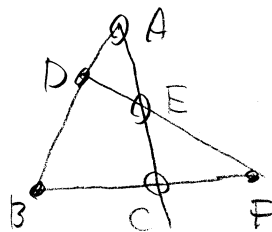
●→○→●→○の順に

$$\frac{AD}{DB} \times \frac{BF}{FC} \times \frac{CE}{EA} = 1$$

この●から出発してもOKです。たとえば、Bから出発(時計回り)すると

$$\frac{BD}{DA} \times \frac{AE}{EC} \times \frac{CF}{FB} = 1$$

また、同じ図で、△BFDに直線ACが交わっていると見ると



Bから反時計回りに。

$$\frac{BC}{CF} \times \frac{FE}{ED} \times \frac{DA}{AB} = 1$$

と考えてもOKです。

6 つけ足していく矢印について

右矢印 \rightarrow の増え方

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow$$

上矢印 \uparrow の増え方

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow \dots$$

左矢印 \leftarrow の増え方

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow \dots$$

下矢印 \downarrow の増え方

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow \dots$$

(1) 数値ボックスに入力する数を n , ときの矢印の個数の合計を X_n とする

$$X_1 = 1 + 1 + 2 + 2 = 6 \quad (\text{右, 上, 左, 下の4方に})$$

$$X_2 = X_1 + 3 + 3 + 4 + 4 = 6 + 6 + 8 = 20$$

$$X_3 = X_2 + 5 + 5 + 6 + 6 = 20 + 10 + 12 = 42$$

$$X_4 = X_3 + 7 + 7 + 8 + 8 = 42 + 14 + 16 = 72$$

(2)

$$\begin{array}{ccccccc} 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 & & 2 \times 20 = 40 & \dots & [20] \\ 2+4+6+\dots+ & \square & = & 2+4+6+\dots+40 & & & \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{20 \text{ 個}} & & & = & 2(1+2+3+\dots+20) & & \end{array}$$

$$2 \times \frac{20 \times 21}{2} = 420 \text{ 個}$$

解説 $1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$

(3) 差を Y_n とすると

$$Y = \text{上} + \text{左} + \text{下} - \text{右}$$

$$= (1+3+5+\dots+(2n-1))$$

$$+ (2+4+6+\dots+2n)$$

$$+ (2+4+6+\dots+2n)$$

$$- (1+3+5+\dots+(2n-1))$$

$$= 2(2+4+6+\dots+2n)$$

$$= 4(1+2+3+\dots+n)$$

$$= 4 \times \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= 2n(n+1)$$

$$\therefore 2n(n+1) = 6160$$

$$2n^2 + 2n = 6160$$

$$2n^2 + 2n - 6160 = 0$$

$$n^2 + n - 3080 = 0$$

$$3080 = 2^3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3080} \\ \underline{21540} \\ 2270 \\ \underline{2270} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore n = 2^3 \times 5 \times 7 \times 11 = 1540$$

2つの整数の積に分けよう。

$$55^2 = 3025 \quad (3080 \text{ に近い})$$

$$2^3 \times 5 \times 7 \times 11 = (5 \times 11) \times (2^3 \times 7)$$

$$= 55 \times 56 \quad \text{OK}$$

$$\therefore (n-55)(n+56) = 0$$

$$n > 0 \therefore n = 55 \quad \dots [22]$$

※前期にしては手強すぎる。

① はまあいいとして、②の(1),(2)はどちらも面倒くさい。こまの会場で解ける生徒何人いるのレベル。とくに(2)は1,2,3,...と順に考えていくと、第1四分位数は3.4、第2四分位数は第3四分位数は $x=12$ を越えれば増加していくことが分かるので、全部表を埋めなくてもよい。にしても、出題意図は？おぼろ、大学入試レベルです。③は頻出です。最近八面体は出ているのかというくらいはく見かけます。とりあらず三平方の定理で(1)を解き、(2)は対称性に着目(カンでもOK)。(3)は点と平面との距離を求めよという超頻出問題。解法を暗記しよう。他にも応用がきくぞ。

④ はますます。(1)は何となく解いておきたい。(2)は別解を示したように比ではなく、直接計算の方が容易だった。

⑤ これは難問。長方形の折り返しは至るところに△ABCと相似な三角形が現れます。また、二等辺も現れますので、上手に利用しましょう。

(3)で「メネラウスの定理」が登場しました。これを使わなければ、まず時間オーバー確定。絶対覚えましょう。もう一つ「チェバの定理」というのもあります。

⑥ (1)は解きたし。(2)以降は $1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$ を使わないと解けません。(2)は $1+2+3+\dots+20$ を実際に計算できまから(3)はムリです。

メネラウスの定理と
 $1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$
 を覚えよう!!
 (以上)

