

令和4年度 京都府公立高等学校入学者選抜

中期学力検査 数学解答

□

$$(1) -3^2 - 6 \times 5 = -9 - 30 = \underline{-39} \quad [1]$$

$$(2) \frac{8a+9}{4} - \frac{6a+4}{3}$$

$$= \frac{3(8a+9)}{12} - \frac{4(6a+4)}{12}$$

$$= \frac{3(8a+9) - 4(6a+4)}{12}$$

$$= \frac{24a+27-24a-16}{12}$$

$$= \frac{11}{12} \quad [2]$$

$$(3) (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$$

$$= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$

$$= 2 + 2\sqrt{10} + 5$$

$$= \underline{7 + 2\sqrt{10}} \quad [3]$$

$$(4) 0.16x - 0.08 = 0.4$$

両辺に100をかける

$$16x - 8 = 40$$

$$16x = 40 + 8$$

$$16x = 48$$

$$x = \frac{48}{16}$$

$$\underline{x=3} \quad [4]$$

$$(5) \begin{cases} 7x - 3y = 11 \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = -1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 3y = 11 \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = -1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \times 3 \text{ より}$$

$$\begin{array}{r} 14x - 6y = 22 \\ -) 9x - 6y = -3 \\ \hline 5x = 25 \end{array}$$

$$x = 5 \dots \textcircled{3}$$

③を①に代入して

$$7 \times 5 - 3y = 11$$

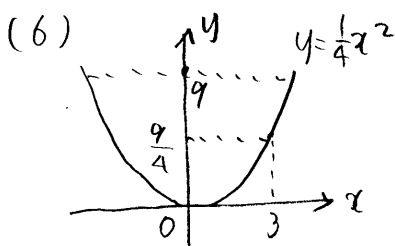
$$35 - 3y = 11$$

$$-3y = 11 - 35$$

$$-3y = -24$$

$$y = 8$$

よって、 $x=5, y=8$ [5]

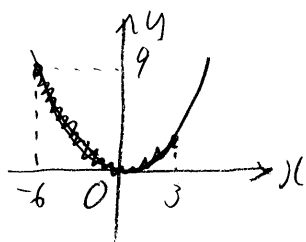


$$x=3 \text{ のとき } y = \frac{1}{4} \times 3^2 = \frac{9}{4}$$

よって、 $a < 3$ から $\frac{1}{4}a^2 = 9$ となってしまう
たらない。

$$\frac{1}{4}a^2 = 9, \quad a^2 = 36, \quad a = \pm 6$$

$$a < 3 \text{ より } a = -6$$



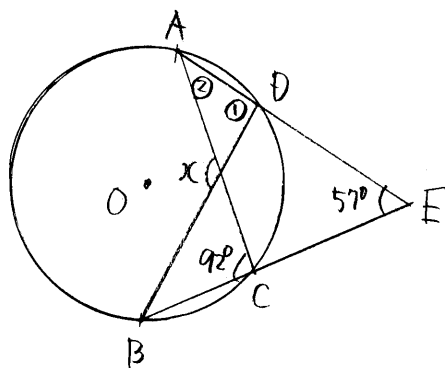
よって、 $0 \leq y \leq 9$

$$b = 0$$

以上から $a = -6, b = 0$ [6]

(7) 次のように

(7)



① → ② → ∠x, または ② → ① → ∠x
の順に求めよう。

①: $\angle ADB = \angle ACB = 92^\circ$ (円周角は等しい)

②: $\angle CAD = \angle ACB - \angle AEC$
 $= 92^\circ - 57^\circ$
 $= 35^\circ$

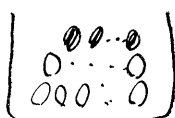
∴ $\angle x = ① + ②$
 $= \angle ADB + \angle CAD$
 $= 92^\circ + 35^\circ$
 $= \underline{127^\circ} \quad [7]$

(8) 割合が等しいと考える。白玉の個数を x 個とすると

$(x+50):50 = 40:3$



全体の中で
黒玉は 50 個



40 個の中で
黒玉は 3 個

$3(x+50) = 50 \times 40$

$3x + 150 = 2000$

$3x = 2000 - 150$

$3x = 1850$

$x = \frac{1850}{3} = 616.\dots$

∴ $\underline{620 \text{ 個}} \quad [8]$

2

$$(1) \frac{a}{b} = 2 \text{ より } a = 2b$$

$\frac{a}{b}$	1	2	3	4	5	6
1		0				
2				0		
3						0
4						
5						
6						

すべての場合の数は 36通り。

都合のよい場合の数は 3通り

よって、答えは

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12} \quad [9]$$

(2) 分母が 1, 2, 4, 5 のときは

割り切れて循環小数にはならない。

分母が 3, 6 のときを考える。

$b=3$ のとき

$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$ は順に

$0.\dot{3}, 0.\dot{6}, 1, 1.\dot{3}, 1.\dot{6}, 2$ より。

循環小数は 4 個。

$b=6$ のとき

$\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$ は順に

$0.1\dot{6}, 0.\dot{3}, 0.5, 0.\dot{6}, 0.8\dot{3}, 1$

より、循環小数は 4 個。

よって、答えは

$$\frac{4+4}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \quad [10]$$

3

(1) (オ) …… [11]

(2) 四角錐 $BCHDI$ について、底面を平行四辺形 $CHDI$ 、高さを BG と考える。

平行四辺形 $CHDI$ は底辺を CH 、高さを CF と考えてよい。

$CF = AD = AC$ であるから、三平方の定理により

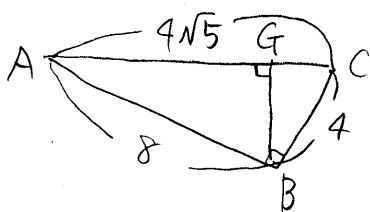
$$CF^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80$$

$$\text{よって、} CF = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

よって、平行四辺形 $CHDI$ の面積は

$$CH \times CF = \frac{9}{2} \times 4\sqrt{5} = 18\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)} \dots \textcircled{1}$$

また、 BG について、



$\triangle ABC$ の $\triangle BGC$ であるから

$$AB : BG = AC : BC$$

$$8 : BG = 4\sqrt{5} : 4 (= \sqrt{5} : 1)$$

$$\text{よって、} \sqrt{5} BG = 8$$

$$BG = \frac{8}{\sqrt{5}} \dots \textcircled{2}$$

よって、答えは

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \textcircled{1} \times \textcircled{2} &= \frac{1}{3} \times 18\sqrt{5} \times \frac{8}{\sqrt{5}} \\ &= \underline{\underline{48 \text{ [cm}^3\text{]}}} \text{ [12]} \end{aligned}$$

4 (1) 大輝さんは合計で36分かかって2周しているが、間に18分休憩しているの、実際に走った時間は

$36 - 18 = 18$ 分. これは2周分なのよ.

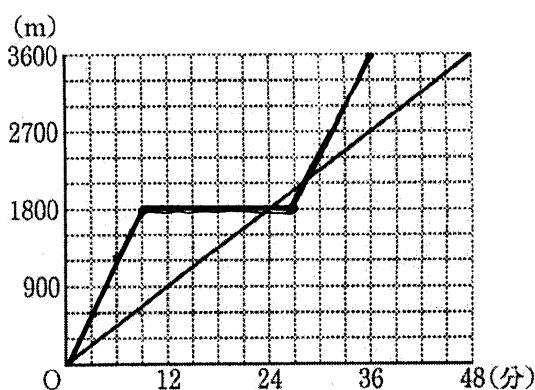
1周するのに $18 \div 2 = 9$ 分かかっている.

すると, 速さは $\frac{21}{12}$ \rightarrow $\frac{1800}{12}$ より

$$\frac{1800}{9} = 200 \text{ (m/分)}$$

従って, 原点を出発して点 $(9, 1800)$,
点 $(27, 1800)$, 点 $(36, 3600)$ を結ぶ
折れ線のグラフをかけばよい.

II 図



(2) ひなたさんの直線の方程式は,

傾きが $\frac{3600}{48} = \frac{600}{8} = 75$ を原点を通る

から $y = 75x \dots \dots \textcircled{1}$

大輝さんの休憩後の直線の方程式は,

傾きが $\frac{1800}{9} = 200$ につきから, $y = 200x + b$

とおくと, 点 $(36, 3600)$ を通るから

$$3600 = 200 \times 36 + b, \quad 3600 = 7200 + b,$$

$$7200 + b = 3600, \quad b = 3600 - 7200$$

よって, $b = -3600$

従って, $y = 200x - 3600 \dots \dots \textcircled{2}$

①, ②を連立させて解く。①を②に代入して

$$75x = 200x - 3600$$

$$75x - 200x = -3600$$

$$-125x = -3600$$

$$x = \frac{-3600}{-125}$$

$$= \frac{720}{25} \quad \swarrow 5\text{-約分}$$

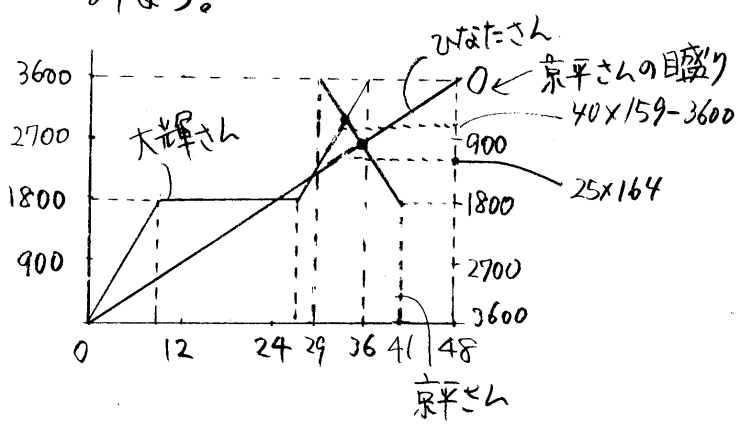
$$= \frac{144}{5} \quad \swarrow 5\text{-約分}$$

$$= 28\frac{4}{5} \text{ (分)}$$

$$\frac{4}{5} \text{ 分} = \frac{4}{5} \times 60 = 4 \times 12 = 48 \text{ (秒)}$$

よって、答えは 午前9時28分48秒 [14]

(3) 京平さんのグラフをⅡ図にかきこんでみよう。



京平さんの直線の方程式を $y = ax + b$ とおくと、2点 $(29, 3600)$, $(41, 1800)$ を通るので、

$$\begin{cases} 3600 = 29a + b \dots \textcircled{3} \\ 1800 = 41a + b \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ - ④ より

$$1800 = -12a$$

$$-12a = 1800$$

$$a = -\frac{1800}{12}$$

$$a = -150 \dots \textcircled{5}$$

⑤を③に代入して

$$3600 = 29 \times (-150) + b$$

$$29 \times (-150) + b = 3600$$

$$b = 3600 - 29 \times (-150)$$

$$b = 3600 + 29 \times 150$$

$$h = 3600 + 4350 = 7950$$

よって、京平さんの直線の方程式は

$$y = -150x + 7950 \dots \textcircled{6}$$

①, ⑥を連立させて解く。①を⑥に代入して

$$75x = -150x + 7950$$

$$75x + 150x = 7950$$

$$225x = 7950$$

$$x = \frac{7950}{225} = \frac{1590}{45} = \frac{318}{9}$$

$$= \frac{106}{3} \dots \textcircled{7}$$

⑦を①に代入して

$$y = 75x \frac{106}{3} = 25 \times 106 \text{ (このまま)} \dots \textcircled{A}$$

また、②と⑥を連立させて解く。②を⑥に代入すると

$$200x - 3600 = -150x + 7950$$

$$200x + 150x = 7950 + 3600$$

$$350x = 11550$$

$$x = \frac{11550}{350} = \frac{231}{7} = 33$$

⑧を②に代入して

$$y = 200 \times 33 - 3600$$

$$= 200(33 - 18) = 200 \times 15$$

$$= 3000 \dots \dots \dots \textcircled{B}$$

よって、答えは (グラフをよく見て)

$$\textcircled{B} - \textcircled{A}$$

$$= 3000 - 25 \times 106 = 3000 - \frac{50}{2} \times 106$$

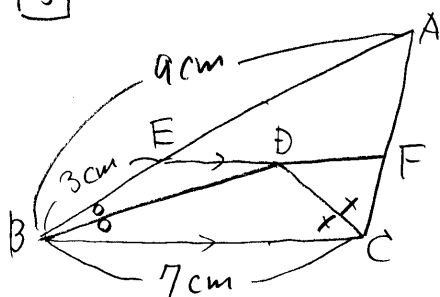
$$= 3000 - 50 \times 53 = 3000 - 2650$$

$$= \underline{\underline{350}} \text{ (m)}$$

<15>

5

9



(1) $\triangle ABC$ の $\triangle AEF$ より

$$AB : AE = BC : EF$$

$$AE = AB - BE = 9 - 3 = 6 \text{ (cm) より}$$

$$9 : 6 = 7 : EF$$

$$9EF = 6 \times 7$$

$$EF = \frac{6 \times 7}{9} = \frac{2 \times 7}{3} = \frac{14}{3} \text{ (cm) [16]}$$

(2) $\angle EBD = \angle EDB$ (錯角が等しいから) より

$\triangle BDE$ は $BE = ED$ の二等辺三角形。

同様に $\triangle CDF$ も $CF = FD$ の二等辺三角形。

よって、

$$CF = FD = EF - ED = EF - BE$$

$$= \frac{14}{3} - 3 = \frac{14}{3} - \frac{9}{3} = \frac{5}{3} \text{ (cm)}$$

$EF \parallel BC$ より $AE : EB = AF : FC$

$$\text{よって、} 6 : 3 = AF : \frac{5}{3}$$

$$3AF = 6 \times \frac{5}{3} (= 10)$$

$$AF = \frac{10}{3} \text{ (cm) [17]}$$

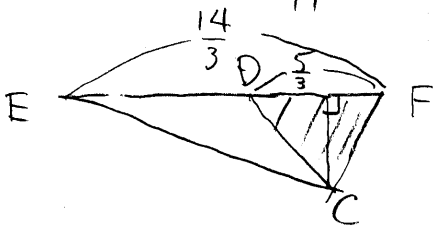
$$(3) \triangle CFD \rightarrow \triangle CEF \rightarrow \triangle CEA$$

$\rightarrow \triangle ABC$ の順にたどっていく。

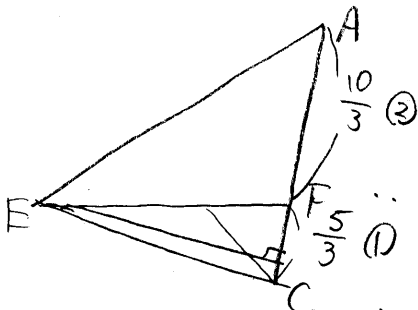
$$ED:DE = 3:\frac{5}{3} = 9:5 \text{ より}$$

$$EF:DF = 14:5$$

$$\therefore \triangle CFD = \frac{5}{14} \triangle CEF \dots \textcircled{a}$$



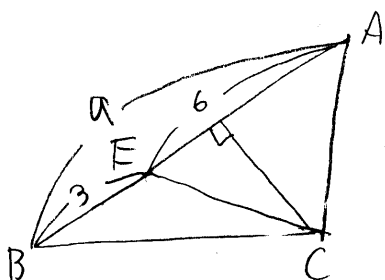
($\triangle CFD$ と $\triangle CEF$ は、底辺の比が
 $\frac{14}{3}:\frac{5}{3} = 14:5$, 高さは同じ)



($\triangle CEF$ と $\triangle CEA$ は、底辺の比が
 $1:3$, 高さは同じ)

$$\triangle CFD = \frac{5}{14} \times \frac{1}{3} \triangle CEA \dots \textcircled{b}$$

(\textcircled{a} の $\triangle CEF$ に $\frac{1}{3} \triangle CEA$ を代入)



$\triangle CEA$ と $\triangle ABC$

は、底辺の比が

$2:3$, 高さが同じ

だから

$$\triangle CEA = \frac{2}{3} \triangle ABC$$

これを \textcircled{b} に代入して

$$\triangle CFD = \frac{5}{14} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \triangle ABC = \frac{5}{63} \triangle ABC$$

$$\therefore \triangle CFD : \triangle ABC = \underline{5:63} \quad [18]$$

⑥ 各段の右端の数に注目すると、
 1段目...1, 2段目...4=2², 3段目...9=3²,
 4段目...16=4², ...
 だから、n段目の右端の数はn²
 としてよい。

(1) よう、7段目の左端の数は第6段目
 の右端の数に1を加えた数だから、
 $6^2 + 1 = 36 + 1 = \underline{37}$

また、7段目の右端の数は
 $7^2 = \underline{49}$ [19]

(2) n段目の左端の数は、(n-1)段目
 の右端の数(n-1)²に1を加えた
 数だから

$$(n-1)^2 + 1 \dots \textcircled{1}$$

n段目の右端の数はn²...②

よって、①+②=1986であるから

$$(n-1)^2 + 1 + n^2 = 1986$$

$$(n^2 - 2n + 1) + 1 + n^2 = 1986$$

$$n^2 - 2n + 1 + 1 + n^2 = 1986$$

$$2n^2 - 2n + 2 = 1986$$

(2で割る)

$$n^2 - n + 1 = 993$$

$$n^2 - n = 993 - 1$$

$$n(n-1) = 992 \dots \textcircled{3}$$

連続する2整数の積。

30²=900に近く、1の位が2だから

31×32と見当をつけてみるとばっちり、

③をみたす n は唯一 \exists , $32 \times 31 = 992$

\exists であることから $n = \underline{32}$ [20]