問題は京都新聞 https://www.kyoto-np.co.jp/articles/-/717723 からどうぞ

令和4年度 京都府公立高等学校入学者選抜(長っ!!) No.1
前期 数学 解説・解答

$\boxed{1}$ (1) $(-5)^2-2^3\div4$

$=25-8\div4$

$=25-2$

$=\underline{23}$ [1]

$(-5)^2=(-5)\times(-5)=25$

$-2^3=-2\times2\times2=-8$

割り算が先

(2) $\frac{3}{2}ab\div\frac{1}{6}ab^2\times(-a^2b)$

$=\frac{3ab}{2}\div\frac{ab^2}{6}\times(-a^2b)$

$=\frac{3ab}{2}\times\frac{6}{ab^2}\times\frac{-a^2b}{1}$

$=\underline{-9a^2}$ [2]

上に上げる

かけ算になおす.

符号→数→a→b
の順に計算しよう.

(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{18}-\frac{9}{\sqrt{27}}=\sqrt{6}\times\sqrt{3\times6}-\frac{9}{3\sqrt{3}}$

$=6\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}-\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=6\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}-\sqrt{3}$

$=\underline{5\sqrt{3}}$ [3]

(4) $\begin{cases}3x-(y+8)=12 \cdots ① \\ x-2y=0 \cdots\cdots ②\end{cases}$

①をかんたんにしよう.

$3x-y-8=12$

$3x-y=20 \cdots ①'$

$x-2y=0 \cdots ②$

①'×2−②より

$$
\begin{array}{rl}
 & 6x-2y=40 \\
-) & x-2y=0 \\
\hline
 & 5x \quad =40 \\
 & x \quad =8
\end{array}
$$

これを②に代入して

$8-2y=0$

$-2y=-8$

$y=4$

よって, $\underline{x=8,\ y=4}$ 〔4〕

(5) (yの増加量)=(xの増加量)×(変化の割合)に

　xの増加量 6, 変化の割合=傾き$=-\frac{7}{3}$を代入して

　(yの増加量)$=6\times\left(-\frac{7}{3}\right)=\underline{-14}$ 〔5〕

(6) $(x-y)^2-49$

$=(x-y)^2-7^2$

$x-y=A$とおくと

$=A^2-7^2$

$=(A+7)(A-7)$

(元に戻す)

$=\underline{(x-y+7)(x-y-7)}$ 〔6〕

(7) $4x^2-4x-1=0$

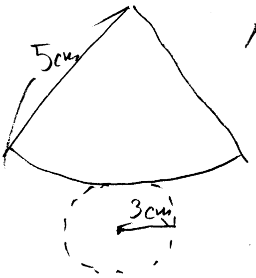
解の公式から

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16+16}}{8}=\frac{4\pm\sqrt{32}}{8}$$

$$=\frac{4\pm4\sqrt{2}}{8}=\underline{\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}}$$ 〔7〕

(8) 1つの円錐の側面積の2倍を求めればよい。



扇形の面積は $\frac{1}{2}\times$(弧長)$\times$(半径)で、

母線

(弧長)$=2\pi\times3=6\pi$(cm)

よって、答えは

$$2\times\left(\frac{1}{2}\times6\pi\times5\right)=30\pi\ \text{cm}^2$$ [8]

(9) (ア) (平均値)$=(0\times14+1\times13+2\times12+3\times2+4\times1)\div42$

$=(13+24+6+4)\div42$

$=47\div42=\frac{47}{42}$(点)

(イ) (中央値)$=\frac{1+1}{2}=1$(点)

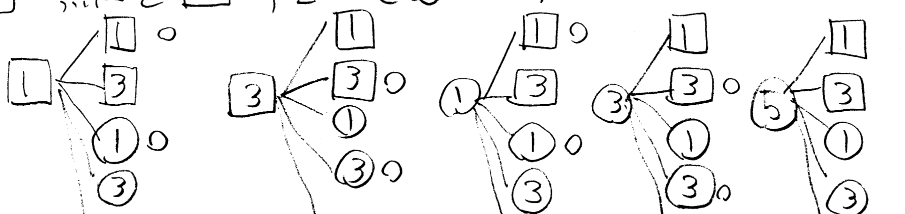
42試合なので $\frac{42}{2}=21$試合目と22試合目の平均

(ウ) (最頻値)$=0$(点)

よって、答えは (ウ)→(イ)→(ア) [9]

$\boxed{2}$ 黒玉を□で、白玉を○で表す。

(1)



すべての場合の数は $5\times5=25$通り。

条件をみたすのは 9通り。

よって、答えは $\frac{9}{25}$ [10]

(2) ($\boxed{1}$, $\boxed{3}$), ($\boxed{1}$, ①), ($\boxed{1}$, ③), ($\boxed{1}$, ⑤)

($\boxed{3}$, ①), ($\boxed{3}$, ③), ($\boxed{3}$, ⑤)

(①, ③), (①, ⑤)

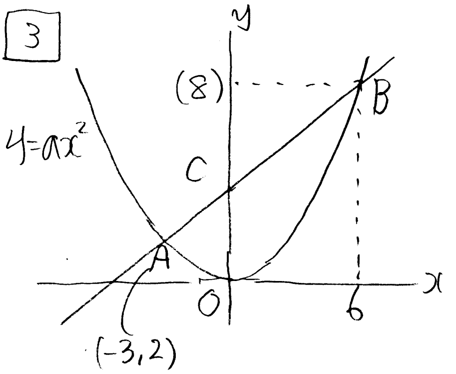
(③, ⑤)

すべての場合の数は10通り.
最初にa, 次にbの値を書くと

0, 4	4, 2	4, 4	4 6
	4, 4	4, 6	4, 8
		8, 4	8, 6
			8, 8

よって, 条件をみたすのは3通り.
従って, 答えは $\frac{3}{10}$ [11]

$\boxed{3}$



(1) $y=ax^2$は点A$(-3,2)$を通るので

$2=a\times(-3)^2$, $2=9a$, $9a=2$

よって, $a=\frac{2}{9}$ [12]

(2) $y=\frac{2}{9}x^2$に$x=6$を代入して

$y=\frac{2}{9}\times6^2=\frac{2}{9}\times36=2\times4=8$

よって, B$(6,8)$

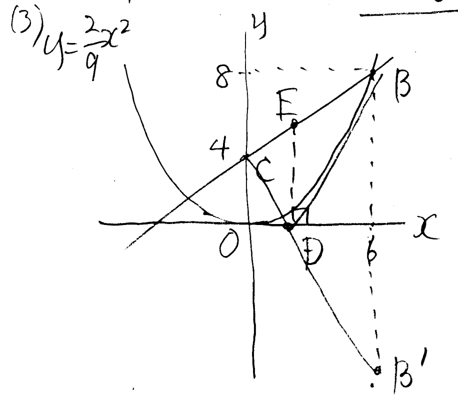
AからBへ右に$6-(-3)=9$進んで, 上に$8-2=6$上がるから傾きは $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}x+b$とおく. 点B$(6,8)$を通るので

$8=\frac{2}{3}\times6+b$, $8=4+b$, $4+b=8$, $b=4$

ゆえに答えは $\underline{y=\frac{2}{3}x+4}$ 〔13〕

(3)



点Bをx軸に関して対称移動した点をB'とする.

直線B'Cとx軸の交点をDとするとき線分BDと

線分CDの長さの和は最小になる.

B'(6,-8), C(0,4)より直線B'Cの方程式は

傾きが $\frac{-8-4}{6-0}=\frac{-12}{6}=-2$, 切片が4

だから $y=-2x+4$

$y=0$を代入して $0=-2x+4$, $2x=4$, $x=2$

よって, D(2,0)

点Dを通ってx軸に垂直な直線と直線BC

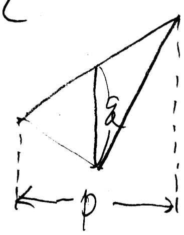
との交点をEとする。

直線BC(=AB) $y=\frac{2}{3}x+4$ に $x=2$を代入して

$y=\frac{2}{3}\times 2+4=\frac{4}{3}+4=\frac{4}{3}+\frac{12}{3}=\frac{16}{3}$

よって,

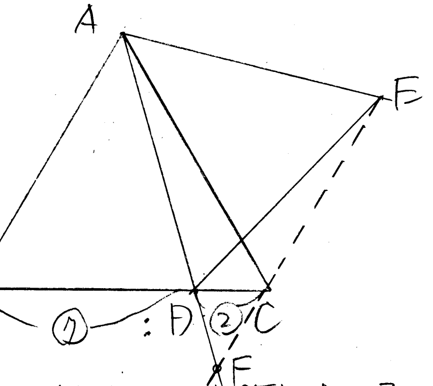
$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times(6-0)\times\frac{16}{3}=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{16}{3}=\underline{16}$ 〔14〕



の面積は $\frac{1}{2}pq$ です。

(注)やや面倒だが, 台形から三角形2個を引いてもよい。

4



(1) △ABDと△ACEにおいて

AB=AC (△ABCは正三角形)…①

AD=AE (△ADEは正三角形)…②

また

∠BAD=∠BAC−∠DAC

=60°−∠DAC

∠CAE=∠DAE−∠DAC

=60°−∠DAC

よって, ∠BAD=∠CAE ……③

①,②,③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACE [15]

(2) △FCD∽△FAE∽△ABD (じゃないかと見当をつけて)を証明する.

△ABDと△FAEにおいて

∠ABD=∠FAE=60° ……①

∠ADB=∠FEA ((1)の△ABD≡△ACEより)…②

よって, ①,②より2組の角がそれぞれ等しいから

△ABD∽△FAE

相似三角形では対応する角が等しいから

∠BAD=∠AFE (=∠DFC)…③

また, △ABDと△FCDにおいて

∠ADB=∠FDC (対頂角)

$\angle BAD = \angle DFC$（③）

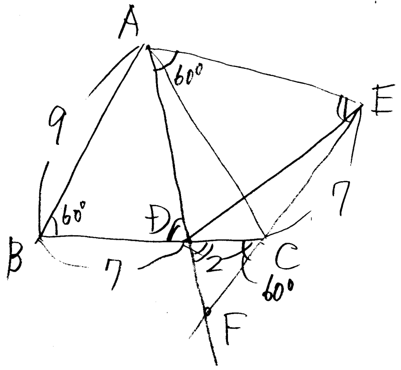
よって，2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \backsim \triangle FCD$

相似な三角形では対応する辺の比は

等しいから，

$AB : BD = FC : CD$ ・・・・・・・・・・(*)



ここで，$AB = 9$ とすると $BD = 7$, $CD = 2$

よって，

$9 : 7 = FC : 2$

$7FC = 9 \times 2$

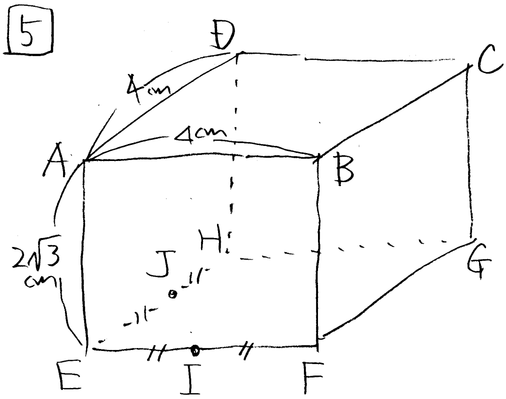
$FC = \frac{18}{7}$

また，(1)より $EC = BD = 7$

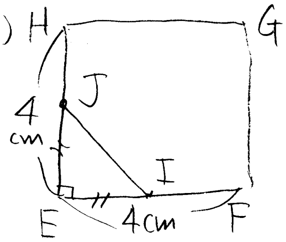
従って，$EC : CF = 7 : \frac{18}{7} = \underline{49 : 18}$ [16]

（※試験場では相似だと確信できれば，相似の証明はせずに，すぐに(*)から始めましょう。）

5

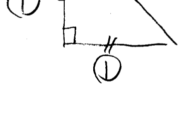


(1)

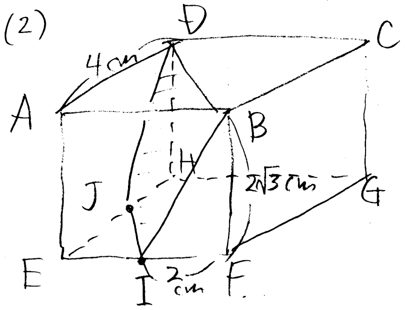


$\triangle EIJ$ は直角二等辺三角形だから

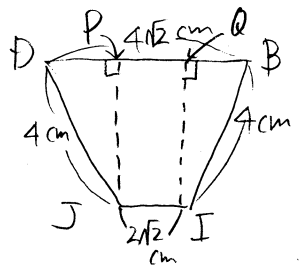
$IJ = EI \times \sqrt{2} = \underline{2\sqrt{2}}$ cm [17]



(2)



IJ//BD, BI=DJより, 四角形BDJIは等脚台形である.



$BD=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ cm

$IJ=2\sqrt{2}$ cm

$BI=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{4+12}=\sqrt{16}$

$=4$

図のように2点P, Qを設定する.

$PQ=JI=2\sqrt{2}$, $BQ=DP$より

$BQ=DP=(4\sqrt{2}-2\sqrt{2})\div 2=\sqrt{2}$

三平方の定理から

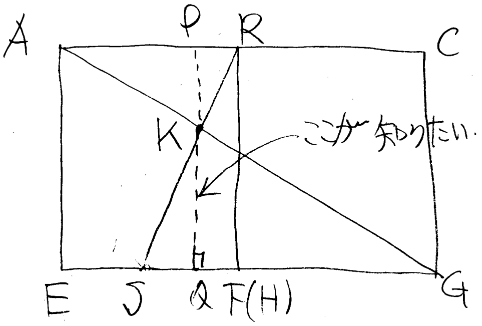
$IQ=\sqrt{4^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{16-2}=\sqrt{14}$

よって, 答えは

$\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\sqrt{14}$

$=3\sqrt{2}\times\sqrt{14}=3\sqrt{2}\times\sqrt{2\times7}$

$=3\times2\times\sqrt{7}=\underline{6\sqrt{7}}$ 〔18〕

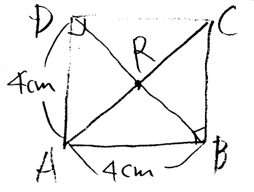


(3) Kから面EFGHまでの距離(=高さ)がわかればよい.

面AEGCで立体を切ったときの切り口をかいてみると右上図のようになる. 図のように4点P, Q, R, Sを設定する. 2点R, Sはそれぞれ面AEGCと線分BD, 線分IJの交点である.

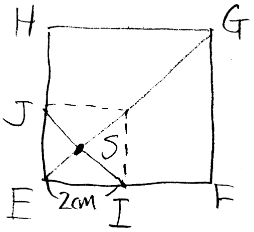
$PK:KQ=AR:SG$であるから，ARとSG(or ES)を求めればよい．

$AR=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$



ESは一辺が2cmの正方形の対角線の長さの半分だから

$ES=2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\sqrt{2}$



よって，$SG=EG-ES$

$=AC-ES$

$=4\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$

従って，AR∥SGだから

$AR:SG=PK:KQ$

$2\sqrt{2}:3\sqrt{2}=PK:KQ$

よって $2:3=PK:KQ$

$PQ=AE=4cm$だから

$KQ=\frac{3}{2+3}\times AE=\frac{3}{5}\times2\sqrt{3}=\frac{6\sqrt{3}}{5}$ (AEは$2\sqrt{3}$cmです)

従って，答えは

$\frac{1}{3}\times4\times4\times\frac{6\sqrt{3}}{5}=\underline{\frac{32\sqrt{3}}{5}cm^3}$ [19] ($\frac{1}{3}\times$底面積×高さ)

$\boxed{6}$ (1) 長いすAに座れる人数：0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, … …①

〃 B 〃 ：0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, … …②

①+②が20になるのは

2+18, 8+12, 14+6, 20+0

の4通り．よって，答えは $\underline{4通り}$ [20]

(2) (1)と同じように考えて

4+123 ①, 10+117 ②, 16+111, 22+105 ③ ($\xrightarrow{-6}$, $\xrightarrow{+6}$), 28+99 ④, 34+93 ⑤, 40+87 ⑥, ⑦,

左の数は6増え，右の数字は6減る
よって，順に左の数に6を足していって，
127の手前でストップする

46, 52, 58, 64, 70, 76, 82, 88, 15
94, 100, 106, 112, 118, 124

よって，21通り [20]

(3) (1), (2)で見たように 6ずつ増えていく．
もう一度nとaの表をかいておきます

n	a
2	1
3	1
4	1
5	1
6	2
7	1
8	2

n	a
9	2
10	2
11	2
12	3
13	2
14	3
15	3

n	a
16	3
17	3
18	4
19	3
20	4
21	4
22	4

aの値に対するnの最大の値をM，
最小の値をmとすると，

a=2のとき M=13, m=6
a=3のとき M=19, m=12 } 6の倍数
a=4のとき M= , m=18

6の倍数+1

M=13 +1 m=6
M=19 +1 m=12
M= m=18

という関係が見えてきます．

6=6×1, 12=6×2, 18=6×3
(a=2) (a=3) (a=4)

ということは 6=6×(2−1), 12=6×(3−1), …と考えればよいので

aのとき $m=6(a-1)=6a-6$

また、Mは $a+1$のときのmに1を加えたものだから

$M=6(a+1)-6+1=6a+1$

となることがわかります。

(本来なら文字を使って証明すべきですが、
答えだけでよいみたいなので)

よって、最小の値は $\underline{6a-6}$ //、最大の値は $\underline{6a+1}$ // [22]

(終)