2021年度（令和3年度）中期

問題は 京都新聞をご覧ください。アドレスは
https://www.kyoto-np.co.jp/list/corporate/high_school_exam
右クリック「新しいタブで開く」

$\boxed{1}$

(1) $(-4)^2-9\div(-3)=(+16)+3$

$=\underline{19}$ [1]

(2) $6x^2y\times\frac{2}{9}y\div8xy^2$

$=6x^2y\times\frac{2y}{9}\times\frac{1}{8xy^2}$

$=\frac{\cancel{6}\times\cancel{2}\times\cancel{x^2}\times\cancel{y}\times\cancel{y}}{9\times\cancel{8}\times\cancel{x}\times\cancel{y^2}}$

$=\underline{\frac{1}{6}x}$ [$\frac{x}{6}$もOK] [2]

(3) $\frac{1}{\sqrt{8}}\times4\sqrt{6}-\sqrt{27}$

$=\frac{4\sqrt{\cancel{6}3}}{\sqrt{\cancel{8}4}}-3\sqrt{3}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{4}}-3\sqrt{3}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=\underline{-\sqrt{3}}$ [3]

(4) $(7x-3y)-(2x+5y)$

$=7x-3y-2x-5y$

$=5x-8y$

$=5\times\frac{1}{5}-\overset{2}{\cancel{8}}\times\left(-\frac{3}{\cancel{4}_{1}}\right)$

$=1+6$

$=\underline{7}$ [4]

(5) $(x+1)^2=72$

$x+1=\pm\sqrt{72}$

$x+1=\pm 6\sqrt{2}$

$\underline{x=-1\pm 6\sqrt{2}}$ //

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

[5]

(6) $x=2$のとき $y=-\frac{1}{2}\times 2^2=-2$

$x=6$のとき $y=-\frac{1}{2}\times 6^2=-18$

x	2	6
y	-2	-18

よって、答えは

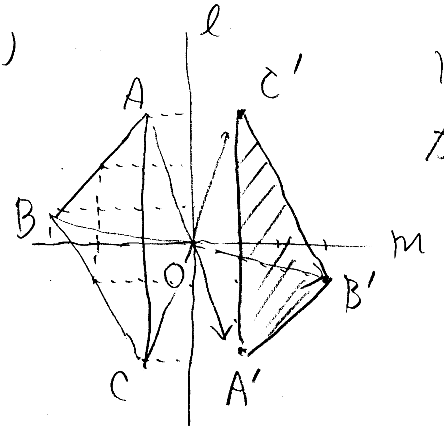
$\frac{-18-(-2)}{6-2}=\frac{-16}{4}=\underline{-4}$ //　　[6]

または、公式 $a(p+q)$ を使って、

$a=-\frac{1}{2}$, $p=2$, $q=6$ より

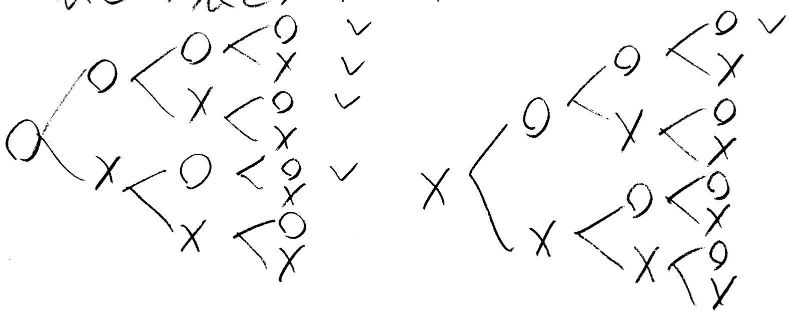
$-\frac{1}{2}(2+6)=-\frac{1}{2}\times 8=\underline{-4}$ //

(7)



図の△A'B'C'が答え。　[7]

(8) 表を○、裏を×で表すと



よって，答えは

$\frac{5}{16}$ ［8］

2

(1) 気温の階級値は順に

10°C，14°C，18°C，

度数は順に

4日，8日，3日（計15日）

だから，答えは

$$\frac{10\times4+14\times8+18\times3}{15}$$
$$=\frac{40+112+54}{15}$$
$$=\frac{206}{15}$$
$$=13.73\ldots$$

$$\begin{array}{r} 13.73 \\ 15\,\overline{)\,206} \\ \underline{15} \\ 56 \\ \underline{45} \\ 110 \\ \underline{105} \\ 50 \\ \underline{45} \\ 5 \end{array}$$

13.7°C

［9］

(2) 12°Cの日が a 日，

13°Cの日が b 日，

14°Cの日が c 日，

15°Cの日が d 日，

16°Cの日が e 日，

あったとする。

（Ⅱ図より 17°C以上は0日なので 16°Cまででよい）

Ⅰ図より $a+b+c+d=8$，$e=3$

Ⅱ図より $c+d+e=8$

$c+d$を答えればよいから

$c+d+e=8$に$e=3$を代入して

$c+d+3=8$

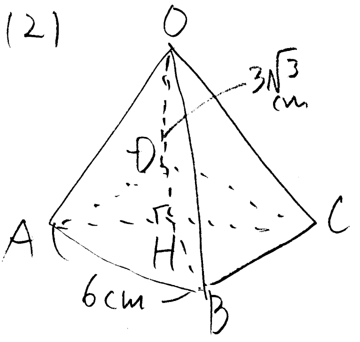
よって，$c+d=\underline{5}$(回)　　[10]

$\boxed{3}$

(1) 底面は1辺が6cmの正方形で，
正四角錐の高さは$3\sqrt{3}$ cmだから

$\frac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{3} = \underline{36\sqrt{3}}$ cm^3　[11]

(2)



図のように各点を
設定する。

(AB=6cmだが，
OA≠6cmに注意)

点Oから辺ABに垂線OMを下す．

立面図より OM=6 (cm)

よって，側面積は

$\triangle OAB\times 4 = \frac{1}{2}\times 6\times 6\times 4 = 72$ (cm^2)…①

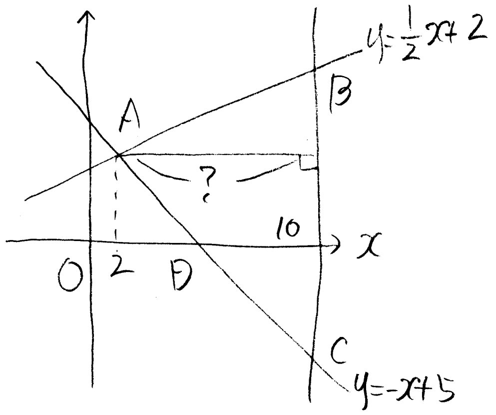
従って，表面積は

(底面積)+(側面積)

=(正方形ABCD)+①

$=6^2+72=36+72=\underline{108}$ (cm^2)　[12]

4



(1) $x=10$のとき，Bのy座標は

$\frac{1}{2}\times 10+2=5+2=7$

Cのy座標は

$-10+5=-5$

よって，2点B，C間の距離は

$7-(-5)=7+5=\underline{12}$ [13]

(★上－下です)

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+2 \\ y=-x+5 \end{cases}$ を解く。(Aの座標を求める)

$\frac{1}{2}x+2=-x+5$

$x+4=-2x+10$

$3x=6$

$x=2$

このとき $y=-2+5=3$

よって，A(2，3)

従って，点Aと直線BCとの距離は

$10-2=\underline{8}$ [13]

(2) $y=-x+5$で $y=0$とすると

$0=-x+5$，$x=5$ (Dのx座標)

よって，D(5，0)

よって、$AD:DC=(5-2):(10-5)$

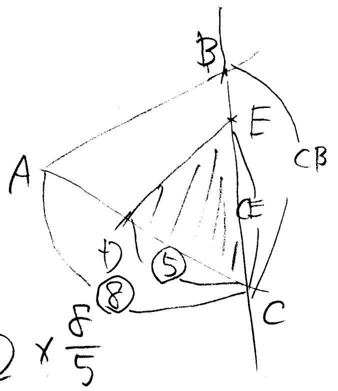
$=3:5$ ・・・・・ ②

従って、求める直線は線分BCと交わる。この交点をEとすると

$$\triangle CDE = \frac{DC}{AC}\times\frac{CE}{CB}\times\triangle ABC$$

これが $\frac{1}{2}\triangle ABC$ に等しいから

$$\frac{DC}{AC}\times\frac{CE}{CB}=\frac{1}{2}$$



②より $\frac{DC}{AC}=\frac{5}{8}$

よって、

$$\frac{5}{8}\times\frac{CE}{CB}=\frac{1}{2}$$

$\times\frac{8}{5}$

$$\frac{CE}{CB}=\frac{1}{2}\times\frac{8}{5}=\frac{4}{5}$$

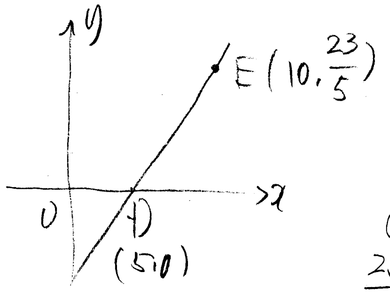
よって、$CE=\frac{4}{5}\times CB=\frac{4}{5}\times 12=\frac{48}{5}$

従って、Eのy座標は

$(C\text{のy座標})+\frac{48}{5}$

$$=-5+\frac{48}{5}=-\frac{25}{5}+\frac{48}{5}=\frac{23}{5}$$

((1)の3~4行目)



よって、求める直線を $y=ax+b$ とおくと

$0=5a+b$ ・・・③

$\frac{23}{5}=10a+b$ ・・・④

④-③より $5a=\frac{23}{5}$

$a=\frac{23}{25}$

③に代入して $0=5\times\frac{23}{25}+b$

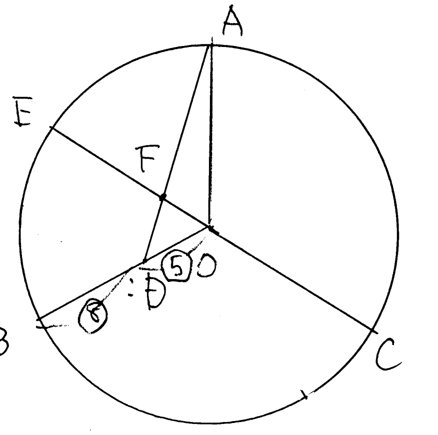
$b+\frac{23}{5}=0$

$b=-\frac{23}{5}$

よって、答えは

$y=\frac{23}{25}x-\frac{23}{5}$ [14]

$\boxed{5}$



(1) ∠AOB=∠BOC=∠COAより

∠AOB=360°÷3=120° [15]

(2) 扇形OABの面積が54πcm²であることから、円Oの半径をrとすると

$\pi r^2\times\frac{120}{360}=54\pi$

$\pi r^2\times\frac{1}{3}=54\pi$

両辺をπでわって、3をかけると

$\pi r^2\times\frac{1}{3}\div\pi\times3=54\pi\div\pi\times3$

$r^2=162$

$r = \pm\sqrt{162}$

$r > 0$ より

$r = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$ (cm) [16]

$$\begin{array}{r|l} 2 & 162 \\ 3 & 81 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

(3)

$\angle AEO = \angle BOE = 60^\circ$

($\triangle OAE \equiv \triangle OBE$ でどちらも正三角形)

よって，$AE \parallel OD$

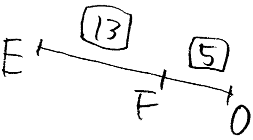
平行線と比例の関係から

$EF : FO = AE : OD$

$= OB : OD$

$= (8+5) : 5$

$= 13 : 5$



よって，$OF = \frac{5}{13+5} OE$

$= \frac{5}{18} OE$

従って，$CF = CO + OF$

$= r + \frac{5}{18} r$

$= \frac{23}{18} r$

$CF = \frac{23}{\cancel{18}_{2}} \times \cancel{9}^{1}\sqrt{2}$

$= \frac{23\sqrt{2}}{2}$ (cm) [17]

6 1番目の図形からタイルの枚数を数えてみると

番号	1	2	3	4	5
タイルA	4	8	12	16	
タイルB	1	5	13	25	

タイルAは4の倍数で、
タイルBは1つ前の番号のタイルAとタイルBを加えたもの。

(1) $4 \times 5 = \underline{20}$（枚） [18]

(2) タイルBは、4, 8, 12, … ずつ増えているので

$1 + (4+8+12+16+20+24+28+32)$

$= 1 + (4+32) \times 8 \times \frac{1}{2}$ (※)

$= 1 + 36 \times 4$

$= \underline{145}$（枚）

(※) $4+8+12+16+20+24+28+32$ を逆順に書くと

$32+28+24+20+16+12+8+4$

これを加えると

$\underbrace{36+36+\cdots\cdots+36}_{8コ}$

(3) 最初の表を書き続ければよい。縦書きにしよう

番号	タイルA	タイルB	B−A
4	16	25	9
5	20	41	
6	24	61	
7	28	85	
8	32	113	
9	36	145	
10	40	181	
11	44	221	
12	48	265	
13	52	313	
14	56	365	
15	60	421	
16	64	481	
17	68	545	
18	72	613	
19	76	685	
20	80	761	
21	84	841	
22	88	925	
23	92	1013	
24	96	1105	1009

1000を超えるまで計算しなくてよい。

よって、24番目 [20]

(※)高校の数学で「数列」を習うと
n番目の図形のタイルA，タイルB
の枚数を a_n, b_n とすると

$$a_n = 4n$$

$$b_n = a_{n-1} + b_{n-1}$$

よって

$$b_n = 4(n-1) + b_{n-1}$$

これから

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k$$

$= 1 + 4 \times \frac{1}{2} n(n-1)$

$= 2n(n-1) + 1$

$= 2n^2 - 2n + 1$

よって，

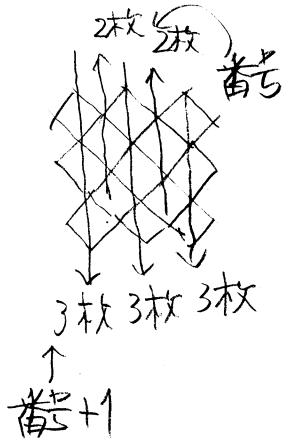
$b_n - a_n = 1009$ より

$(2n^2 - 2n + 1) - 4n = 1009$ (以下略)

(別解) [もう少し気の利いた解法を考えよう]

タイルの合計枚数は図形を縦 [または横] に切って数えると

たとえば 2番目の図形なら



$3 \times 3 + 2 \times 2$
$= 9 + 4$
$= 13$ 枚

よって，n番目の図形なら，タイルの合計枚数は

$(n+1) \times (n+1) + n \times n$

$= (n+1)^2 + n^2$

$= (n^2 + 2n + 1) + n^2$

$= 2n^2 + 2n + 1$ (枚) $\cdots$ ①

となる．

これと，$a_n = 4n$，$b_n = a_n + 1009$ より

$a_n + b_n = 4n + (4n + 1009)$

$= 8n + 1009$ (枚) $\cdots$ ②

①=②より

$$2n^2+2n+1=8n+1009$$
$$2n^2-6n-1008=0$$
$$n^2-3n-504=0$$
$$504=2^3\times3^2\times7$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 504 \\ 2 & 252 \\ 2 & 126 \\ 3 & 63 \\ 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$

504を差が3である2数の積になるように2数を決める.

$$2^3\times3^2\times7=\underbrace{2\times2\times2\times3}_{24}\times\underbrace{3\times7}_{21}$$

よって. たして−3, かけて504となるのは
−24と21

$$(n-24)(n+21)=0$$
$$n=24,-21$$

$n>0$より $n=24$ [20]