2021年度(令和3年度)前期

$\boxed{1}$

(1) $(-2)^2-(-6^2)\times\frac{2}{3}=4-(-36)\times\frac{2}{3}$

$=4+36\times\frac{2}{3}$ ← $\frac{\cancel{36}^{12}}{1}\times\frac{2}{\cancel{3}_1}$

$=4+12\times2$

$=4+24$

$=\underline{28}$

(2) $x-2y-\frac{x-9y}{5}=\frac{5x}{5}-\frac{10y}{5}-\frac{x-9y}{5}$

$=\frac{5x-10y-(x-9y)}{5}$

$=\frac{5x-10y-x+9y}{5}$

$=\underline{\frac{4x-y}{5}}$

(3) $(a+5)(a-3)-(a+4)(a-4)$

$=a^2+(5-3)a+5\times(-3)-(a^2-4^2)$

$=a^2+2a-15-a^2+16$

$=\underline{2a+1}$

(4) $y=\frac{a}{x}$(aは定数)とおく。

$x=-9,\ y=\frac{8}{3}$を代入すると

$\frac{8}{3}=\frac{a}{-9}$

両辺を入れかえて

$-\frac{a}{9}=\frac{8}{3}$

両辺に -9 をかけて

$$-\frac{a}{9}\times(-9)=\frac{8}{3}\times(-9)$$

$$a=-24$$

よって,

$$y=-\frac{24}{x}$$

これに $x=4$ を代入して

$$y=-\frac{24}{4}$$

$$y=\underline{-6}$$

(5) $2x+3y-5=4x+5y-21=10$

$$\begin{cases} 2x+3y-5=10 & \cdots① \\ 4x+5y-21=10 & \cdots② \end{cases}$$

①より $2x+3y=15$ $\cdots①'$

②より $4x+5y=31$ $\cdots②'$

[xを消そう]

$①'\times2-②'$より

$$\begin{array}{rrl} & ①'\times2 : & 4x+6y=30 \\ -) & ②' : & 4x+5y=31 \\ \hline & & y=-1 \end{array}$$

$y=-1$を$①'$に代入して

$$2x+3\times(-1)=15$$

$$2x-3=15$$

$$2x=18$$

$$x=9$$

よって, $\underline{x=9,\ y=-1}$

③

(6) 1つの外角の大きさをxとすると,

(1つの外角)+(1つの内角)=180°

だから,条件より

$$x+9x=180°$$

$$10x=180°$$

$$x=18°$$

正n角形とすると,外角の和は

360°だから

$$18°\times n=360°$$

$$n=20$$

よって,辺の本数は20

(7) $9<10<16$ より

$3<\sqrt{10}<4$ であるから,絶対値が

3以下の整数の個数を求めればよい. $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ より

7個

(8) $x^2-8x-7=0$

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{64+28}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{92}}{2}$$

$$=\frac{8\pm2\sqrt{23}}{2}=4\pm\sqrt{23}$$

2)92
2)46
23

(9) 表の中央値は14。よって、11, 12, 14
のどれかを15以上に訂正する。

仮平均を15とすると、現在の平均値は

$\{(-4)+(-1)+(-3)+6+0\}\div5+15$

$=\underbrace{(-2)}\div5+15$

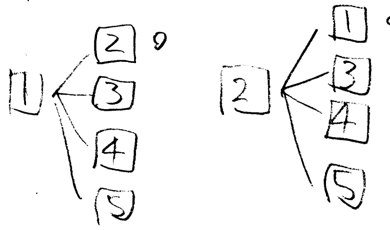
これが0になれば平均値は15
になる。よって、11, 12, 14のどれかを
+2にして15以上にすればよい。

よって、火曜日の14を16に訂正
すればよい。　(イ), $n=16$

$\boxed{2}$

(1) $\boxed{1}$と$\boxed{2}$が取り出されたことになる。

すべての場合の数は $5\times4=20$通り。



……のように

数えると、$5\times4=20$通り

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$が取り出されるのは2通り

よって、答えは $\dfrac{2}{20}=\dfrac{1}{10}$

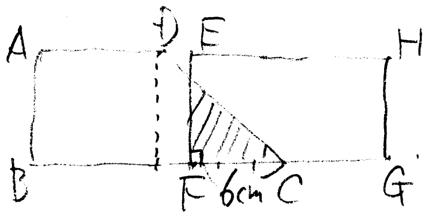
(2) $10a+b$ は2より大きいから、
$b=1, 3, 5$ としてよい。

a	b	$10a+b$	
1	3	13	○
	5	15	×
2	1	21	×
	3	23	○
	5	25	×
3	1	31	○
	5	35	×
4	1	41	○
	3	43	○
	5	45	×
5	1	51 (3×17)	×
	3	53	○

素数は6個

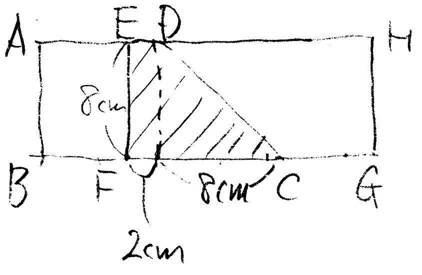
よって、答えは $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

$\boxed{3}$ (1) $x=3$ のとき、$3\times2=6$ cm 進む



図より $y=\frac{1}{2}\times6\times6=18$ cm^2

$x=5$ のとき、$5\times2=10$ cm 進む。

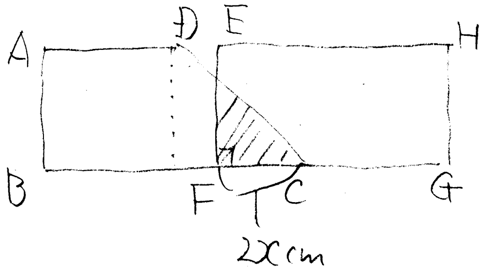


図より $y=2\times8+\frac{1}{2}\times8\times8$

$y=16+32$

$y=48$

(2) $0\leqq x\leqq4$ のとき



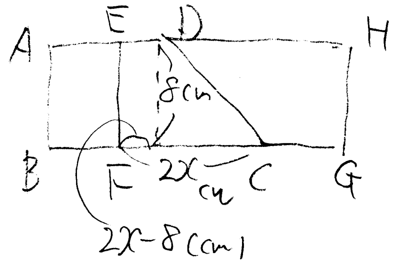
図より $y=\frac{1}{2}\times2x\times2x$

$y=2x^2$ …… Ⓐ

よって, y は x の2乗に比例する.

(エ) ①

$4\leqq x\leqq8$ のとき



$y=$ (台形EFCDの面積)

$y=\frac{1}{2}\{2x+(2x-8)\}\times8$

$y=\frac{1}{2}\times(4x-8)\times8$

$y=\frac{1}{2}\times\overset{4}{\cancel{8}}\times(4x-8)$

$y=4(4x-8)$

$y=16x-32$ …… Ⓑ

よって, y は x に比例しないが, x の一次関数である。よって ② は (ウ)

(3) xの値が2から3まで増加するときのyの増加量は Aより

x	2	3
y	8	18

$18-8=10 \cdots$ C

xの値が3からaまで増加するときのyの増加量は

(i) $a \leqq 4$のとき，$a=4$のとき最大となり，最大値は Aより

x	3	4
y	18	32

$32-18=14<60$

よって，$a>4$

(ii) $a>4$のとき，xの値が3からaまで増加するときのyの増加量は，A，Bより

x	3	a
y	18	$16a-32$
	↑ A	↑ B

$(16a-32)-18$
$=16a-50 \cdots$ D

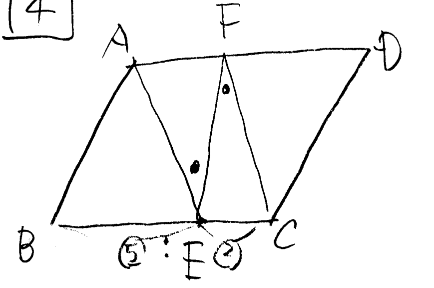
D＝C×6 より

$16a-50=10\times 6$

$16a=110$

$a=\dfrac{110}{16}=\dfrac{55}{8}$ [14]

4

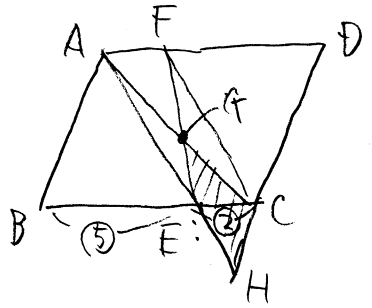


(1) AD//BC より AF//EC.

∠AEF = ∠CFE より, 錯角が等しいから, AE//FC.

2組の対辺が平行だから, 四角形AECFは平行四辺形である. // [15]

(2)

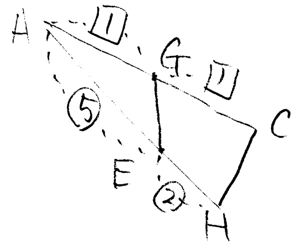


点Gは平行四辺形AECFの対角線の交点だから AG:GC = 1:1

平行線と比例の関係から

AE:EH = BE:EC = 5:2

よって,



$\triangle AEG = \frac{5}{5+2} \times \frac{1}{1+1} \times \triangle ACH$

$= \frac{5}{7} \times \frac{1}{2} \times \triangle ACH$

$= \frac{5}{14} \times \triangle ACH$

従って,

四角形CGEHの面積をSとすると

$S = \triangle ACH - \triangle AEG$

$= \triangle ACH - \frac{5}{14}\triangle ACH$

$= \left(1 - \frac{5}{14}\right) \times \triangle ACH$

$= \frac{9}{14}\triangle ACH$

ここで，$HC : CD = HE : EA = 2 : 5$

よって，

$\triangle ACH : \triangle ACD = 2 : 5$

よって，$\triangle ACH = \frac{2}{5}\triangle ACD$

$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$（$\underbrace{\text{平行四辺形}ABCD}_{=T\text{とおく}}$）

$= \frac{1}{5}T$

以上から，求める比は

$\frac{9}{14} \times \frac{1}{5}T : T$

$= \frac{9}{70} : 1$

$= \underline{9 : 70}$ [16]

$\boxed{5}$

(1) 円Oの半径をr(cm)とすると,
円Oの周の長さが12π cmであるから

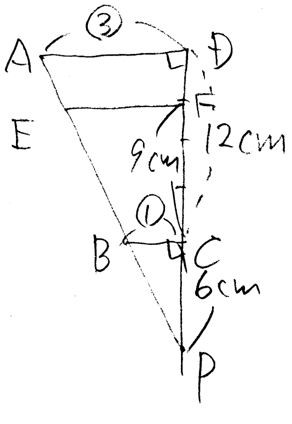
$$2\pi r = 12\pi$$
$$r = 6$$

よって, 答えは <u>6cm</u> [17]

半径6cmの球の半分だから, 水の体積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 6$$
$$= 4\pi \times 36$$
$$= \underline{144\pi \text{ cm}^3}$$

(2) Ⅱ図で, 2直線AB, CDの交点をPとする.　△APD∽△BPC だから



PC : PD = BC : AD
= 1 : 3

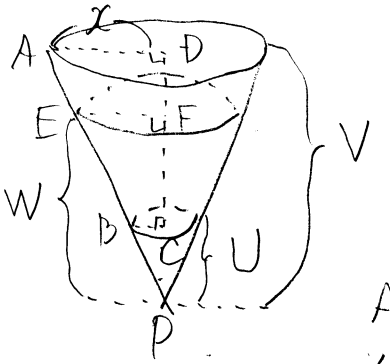
よって,
PC : CD = 1 : 2 より
$PC = \frac{1}{2} \times CD = \frac{1}{2} \times 12$
$= 6$cm

よって, △EPF∽△APDより

AD : EF = PD : PF = (6+12) : (6+9)
= 18 : 15
= <u>6 : 5</u> [18]

(3) AD = x(cm)とおく.
点Pを頂点とし, ADを半径とする円を底面

とする円錐をV，EFを半径とする円を底面とする円錐をW，BCを半径とする円を底面とする円錐をUとする



立体W−U（

（WからUを取り除いた立体）

の体積を求めよう。

AD:EF=6:5より

$6EF=5AD$

$EF=\frac{5}{6}AD=\frac{5}{6}x$ (cm)

同様に $BC=\frac{1}{3}AD=\frac{1}{3}x$ (cm)

よって，$EF:BC=\frac{5}{6}x:\frac{1}{3}x=5:2$

WのUで相似比5:2より

体積比は $5^3:2^3=125:8$

よって，立体W−Uの体積は

(円錐W)−(円錐U)

$=\left(1-\frac{8}{125}\right)\times$(円錐W)

$=\frac{117}{125}\times\frac{1}{3}\times\pi\times EF^2\times(9+6)$

$=\frac{\cancel{117}^{39}}{125}\times\frac{1}{\cancel{3}}\times\pi\times\left(\frac{5}{6}x\right)^2\times15$

$=\frac{\cancel{39}^{13}}{\cancel{125}_{\cancel{5}_{1}}}\times\pi\times\frac{\cancel{5}^{1}\times\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{2}\times\cancel{6}_{2}}x^2\times\cancel{15}^{\cancel{3}^{1}}$

$=\frac{13}{4}x^2\pi$ (cm^3)

これが容器Xに入っている水の体積

に等しいから

$$\frac{13}{4}\pi x^2 = 144\pi$$

$$x^2 = \frac{4\times 144}{13}$$

よって、上と同様にして

(容器Yの容積)

$= $(円錐V)$-$(円錐U)……

(VのUで相似比は $3:1$
よって、体積比は $3^3:1^3=27:1$)

$= $(円錐V)$-\frac{1}{27}$(円錐V)

$= \left(1-\frac{1}{27}\right)\times$(円錐V)

$= \frac{26}{27}\times$(円錐V)

$$= \frac{26}{27}\times\frac{1}{3}\times\pi x^2\times(12+6)$$

$$= \frac{\cancel{26}^{\,2}}{\cancel{27}_{\cancel{3}\,1}}\times\frac{1}{\cancel{3}_{\,1}}\times\pi\times\frac{4\times\cancel{144}^{\,16}}{\cancel{13}_{\,1}}\times\cancel{18}^{\,2}$$

$$= 2\times\pi\times 4\times 16\times 2$$

$= \underline{256\pi\ \mathrm{cm}^3}$ [19]

$\boxed{6}$ とりあえず数を書いてみます。

(1)

3	4

3	7	4

3	10	11	4

3	13	21	15	4

左の図より答えは

$\underline{13}$ [20]

(2) Aにa, Bにbを入れてみて、図をかいてみます。

$a \quad b$ 1段目

$a \quad a+b \quad b$ 2段目

$a \quad 2a+b \quad a+2b \quad b$ 3段目

$a \quad 3a+b \quad 3a+3b \quad a+3b \quad b$ 4段目

$a \quad 4a+b \quad 6a+4b \quad 4a+6b \quad a+4b \quad b$ 5段目

左から2番目のマスは順に

$b \to a+b \to 2a+b \to 3a+b \to \cdots$

(aが1個ずつ増え，bはbのまま)

3段目なので，左から2番目のマス$=32$より

$2a+b=32 \cdots\cdots ①$

左から3番目のマスは順に

なし$\to b \to a+2b \to 3a+3b \to 6a+4b \to \cdots$

(aは不規則な増え方，bは1コずつ増)

3段目の左から3番目のマス$=-8$より

$a+2b=-8 \cdots ②$

$$
\begin{array}{rl}
①\times2: & 4a+2b=64 \\
②: & a+2b=-8 \\
\hline
 & 3a \quad =72 \\
 & a=24
\end{array}
$$

①に代入して

$2\times24+b=32$

$48+b=32$

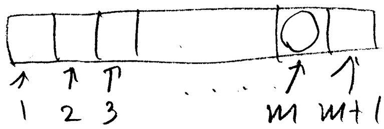
$b=-16$

よって，Aは<u>24</u>，Bは<u>-16</u> [2]

(3) m段目の左からm番目のマス

つまり，右から2番目のマスということだから

m段目



(2)より，右から2番目のマスは順に

$$\underset{1}{a} \to \underset{2}{a+b} \to \underset{3}{a+2b} \to \underset{4}{a+3b} \to \cdots$$

(aはaのまま，bは1個ずつ増える)

よって，m段目の左からm番目のマスは

$a+(m-1)b$ で，$a=22$，$b=-2$だから

$$22+(m-1)\times(-2)=22-2m+2$$
$$=24-2m$$

2m段目の左から2番目のマスの数は

(2)より

$$(2m-1)a+b=(2m-1)\times 22-2$$
$$=44m-22-2$$
$$=44m-24$$

よって，条件より

$$(24-2m)^2=44m-24$$

$$24^2-2\times24\times2m+(2m)^2=44m-24$$

$$24^2-96m+4m^2=44m-24$$

$$4m^2-96m+24^2-44m+24=0$$

$$4m^2-140m+\underbrace{24^2}_{24\times24}+24=0$$

4で割って

15

$$m^2-35m+6\times24+6=0$$
$$m^2-35m+6\times(24+1)=0$$
$$m^2-35m+6\times25=0$$
$$m^2-35m+150=0$$
$$(m-3)(m-50)=0$$
$$m=\underline{3,50}_{//}$$

(以上)