

令和2年度 京都府公立高校入試
(2020) 前期 数学

①

□

$$\begin{aligned} (1) & 8 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - (-4^2) \\ &= 8 \times \left\{ \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \right\} - (-4 \times 4) \\ &= 8 \times \frac{9}{4} - (-16) \\ &= 2 \times 9 + 16 = \\ &= 18 + 16 \\ &= \underline{34} \quad [1] \end{aligned}$$

← $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ は () に 2 乗がついて
いるので () \times () と () を 2 回
かける。

← -4^2 は 数字 4 にだけ 2 乗がついて
いるので 4×4 と 数字 だけ 2 回
かける。

$$\begin{aligned} (2) & \frac{4a-3}{6} - \frac{6a-5}{9} \\ &= \frac{3(4a-3)}{18} - \frac{2(6a-5)}{18} \\ &= \frac{3(4a-3) - 2(6a-5)}{18} \\ &= \frac{12a-9-12a+10}{18} \\ &= \underline{\frac{1}{18}} \quad [2] \end{aligned}$$

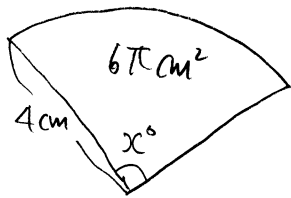
$$\begin{aligned} (3) & \frac{2}{3}x^2y^3 \div \left(-\frac{1}{8}xy\right) \div \frac{4}{9}y \\ &= \frac{2x^2y^3}{3} \div \left(-\frac{xy}{8}\right) \div \frac{4y}{9} \\ &= \frac{2x^2y^3}{3} \times \left(-\frac{8}{xy}\right) \times \frac{9}{4y} \\ &= -\frac{2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{1}_1} \times \frac{9^3}{\cancel{4}_1} \times x^2 \times \frac{1}{x} \times y^3 \times \frac{1}{y} \times \frac{1}{y} \\ &= \underline{-12xy} \quad [3] \end{aligned}$$

← 横にある文字を上へ上げる

← 割り算は逆数のかけ算になおす。

← 符号を決めて、数字、 x 、 y に分けて
かけ算しよう。

(4)



中心角を x° とすると

$$\pi \times 4^2 \times \frac{x}{360} = 6\pi$$

$$\pi \times 16 \times \frac{x}{360} = 6\pi$$

両辺を π で割ると

$$16 \times \frac{x}{360} = 6$$

両辺に $\frac{360}{16}$ をかけると

$$x = 6 \times \frac{360}{16} = 3 \times 45$$

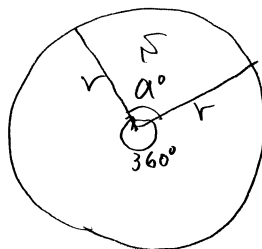
$$= 135$$

答えは 135°

[4]

半径 r , 中心角 a° の扇形の面積を S とすると

$$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$



(5)

$$\begin{cases} ax - by = 23 \dots \textcircled{1} \\ 2x - ay = 31 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

の解が $x=5, y=-3$ だから、これらの値を

①, ② に代入して

$$5a + 3b = 23 \dots \textcircled{3}$$

$$10 + 3a = 31 \dots \textcircled{4}$$

④ より

$$3a = 31 - 10$$

$$3a = 21$$

$$a = 7 \dots \textcircled{5}$$

⑤ を ③ に代入して

$$35 + 3b = 23$$

$$3b = -12$$

$$b = -4$$

よって、 $a=7, b=-4$

[5]

方程式の問題で解が与えられたら、方程式の $x(y)$ にその値を代入

解がわからなければ代入

(6) $a = \sqrt{30} - 6$ のとき

$$\begin{aligned}
& a^2 + 12a + 35 \\
&= (a^2 + 12a + 36) - 1 \\
&= (a + 6)^2 - 1 \\
&= (\sqrt{30} - 6 + 6)^2 - 1 \\
&= (\sqrt{30})^2 - 1 \\
&= 30 - 1 \\
&= \underline{29}
\end{aligned}$$

[6]

← () を作ってみました。

※ そのまま代入すると

$$\begin{aligned}
& (\sqrt{30} - 6)^2 + 12(\sqrt{30} - 6) + 35 \\
&= (30 - 12\sqrt{30} + 36) + 12\sqrt{30} - 72 + 35 \\
&= 66 - 72 + 35 \\
&= 101 - 72 \\
&= \underline{29}
\end{aligned}$$

← $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ の展開公式を使っています。

また、因数分解して代入すると

$$\begin{aligned}
& a^2 + 12a + 35 \\
&= (a + 5)(a + 7) \\
&= (\sqrt{30} - 6 + 5)(\sqrt{30} - 6 + 7) \\
&= (\sqrt{30} - 1)(\sqrt{30} + 1) \\
&= (\sqrt{30})^2 - 1^2 \\
&= 30 - 1 \\
&= \underline{29}
\end{aligned}$$

← たして 12, かけて 35 (= 5 × 7) の $(a+5)(a+7)$

← $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ という展開公式を使っています。

ふつうに因数分解する方がよかったですね。

(7) $3x^2 - 8x - 4 = 0$

解の公式より

$$\begin{aligned}
x &= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3} \\
&= \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{6}
\end{aligned}$$

← 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{112}}{6}$$

$$= \frac{8 \pm 4\sqrt{7}}{6}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 112} \\ \underline{2} \\ 56 \\ \underline{2} \\ 28 \\ \underline{2} \\ 14 \\ \underline{2} \\ 7 \end{array}$$

[7]

← $112 = 2^4 \times 7$ だから,

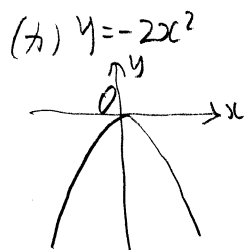
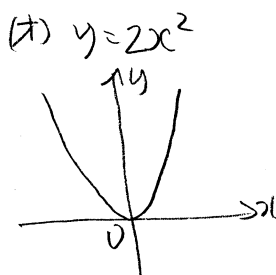
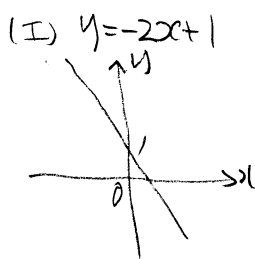
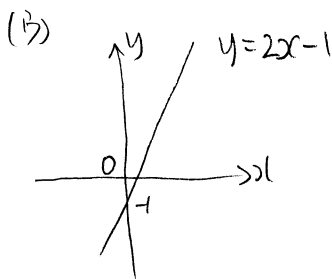
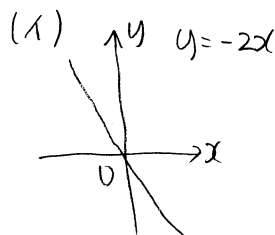
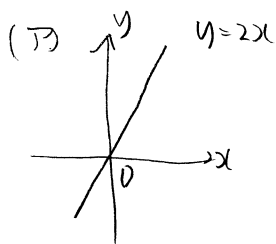
$$\sqrt{112} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 7} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{7}$$

$$= 2 \times 2 \times \sqrt{7}$$

← $\frac{0 \pm \Delta \sqrt{7}}{\square}$ の約分は $0, \Delta, \square$

を同時に割ってね。

(8)



$x < 0$ (y軸より左側) で x の値が増加する

(左から右に見ていく) y の値も増加する (右上)

閉区間は上のグラフより

(ア), (ウ), (カ)

[8]

である。

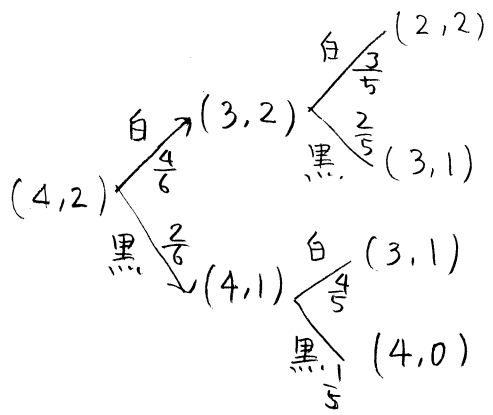
(9) 白玉が4個、黒玉が2個入っている状態を

(4, 2) のように書くと、白玉、黒玉の個数は

次のように推移する。

← 樹形図をかいて枝分かれする

ときの確率を書きこもう。



←「少なくとも...」のときは「すべて...でない」
場合(余事象という)を考えて、全体から引こう。

本問では「黒玉が1個も残らない」
確率は、黒玉をつげて2回取り出す
場合だから $\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

答えは

$$1 - (\text{黒玉が1個も残らない確率})$$

$$= 1 - \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15} \quad [9]$$

※ 白玉1, 白玉2, 白玉3, 白玉4, 黒玉1, 黒玉2
と考えると, 1回目に取り出すとき玉の数は6
個, 2回目は5個だから, すべての場合の
数は $6 \times 5 = 30$ 通り。これはすべて同様に
確からしい。黒玉が少なくとも1個
残るのは, 2回続けて黒玉を取り出す
とき以外である。2回続けて黒玉を
取り出す場合の数は 2×1 通り。

よって, 答えは

$$\frac{6 \times 5 - 2 \times 1}{6 \times 5} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15} \quad [9]$$

とやるほうが中学生的かな?

[2] (1) 50人いるので中央値は25人目と26人目の
冊数の平均(足して2で割る)であるが,
25人目, 26人目のどちらも6冊以上8冊
未満の階級に属している。よって
中央値は(ア), (イ), (ウ) [10]

→ 実際は6冊or7冊。よって
中央値は6, 6.5, 7 [冊]。

冊数(冊)	1年生	3年生
	度数	度数
以上 未満		
0 ~ 2	2	0
2 ~ 4	6	0
4 ~ 6	10	X
6 ~ 8	8	2
8 ~ 10	15	Y
10 ~ 12	5	6
12 ~ 14	2	4
14 ~ 16	1	6
16 ~ 18	1	Z
計	50	40

(2) 4冊以上6冊未満の階級の相対度数が等しいことから

$$\frac{10}{50} = \frac{X}{40}$$

$$\frac{X}{40} = \frac{10}{50}$$

$$X = \frac{10}{50} \times 40 = 8 \dots \textcircled{1}$$

8冊以上10冊未満の階級の相対度数は3年生の方が大きいから

$$\frac{15}{50} < \frac{Y}{40} \dots \textcircled{2}$$

3年生が図書館で借りた本の冊数の最大値は16冊だから

$$Z \geq 1 \dots \textcircled{3}$$

ここで、3年生は40人であるから

$$X + 2 + Y + 6 + 4 + 6 + Z = 40$$

①を代入して

$$8 + 2 + Y + 6 + 4 + 6 + Z = 40$$

$$Y + Z = 14 \dots \textcircled{4}$$

②より $\frac{Y}{40} > \frac{15}{50}$

両辺に40をかけて

$$Y > \frac{15}{50} \times 40 = 12 \dots \textcircled{5}$$

よって、Yは整数だから

$$Y = 13, 14, 15, \dots$$

③, ④より $Y = 13, Z = 1$

以上まとめて

$$\underline{X = 8, Y = 13, Z = 1} \quad [11]$$

← 中学生で不等式はあまりありませんね
ちよと考へたら、両辺に40をかけても
不等号の向きは変わらないから

$$40 \times \frac{15}{50} < 40 \times \frac{Y}{40}$$

$$12 < Y$$

と変形できるやろと出題者が考へたのかも知れないが...

← 全体の人数が40人ということから

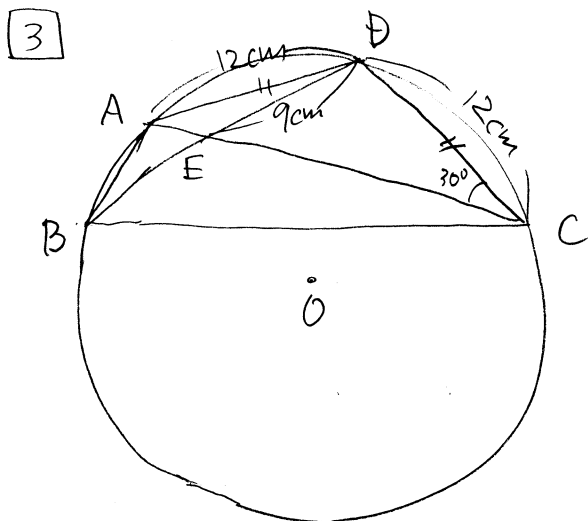
④の式を作るのが大切。

これから、Yに数を当てはめて

いけば何とかなりそうだが...

← Y=14とすると④よりZ=0

よって③に反する。Y≥15のときも同様。



(1) $\triangle ABD$ と $\triangle EAD$ において

$\angle ADB = \angle EDB$ (共通)

弧の長さ 12 cm に対する円周角だから

$\angle ABD = \angle EAD$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD \sim \triangle EAD$ // [12]

(2) (1) より

$AD : DB = ED : DA$

$12 : DB = 9 : 12$

$9 \cdot DB = 12^2 = 144$

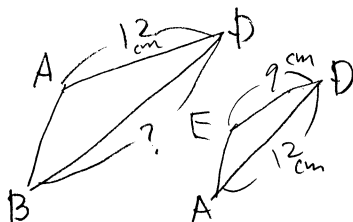
$DB = \frac{144}{9} = 16$

よって、 $BE = DB - DE$

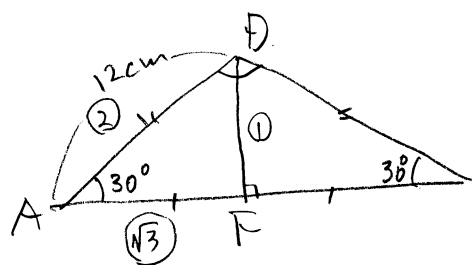
$= 16 - 9$

$= 7$ [cm]

[13]



(3)



$AD = CD$ より

$\angle DAC$ は $\angle DAC = \angle DCA$ の

二等辺三角形。D から

AC に垂線 DF を下すと、 $AF = FC$ ぞ、

$\triangle AFD$ は 30° 定規形 (1:2: $\sqrt{3}$)

だから、

$$DA:AF = 2:\sqrt{3}$$

$$12:AF = 2:\sqrt{3}$$

$$2AF = 12\sqrt{3}$$

$$AF = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore AC = 2AF = 2 \times 6\sqrt{3} = \underline{12\sqrt{3} \text{ (cm)}}$$

次に、

$$\triangle ABC : \triangle DAC = BE : ED$$

$$= 7 : 9 \dots \textcircled{a}$$

すると、前ページの $\triangle ADF$ へ

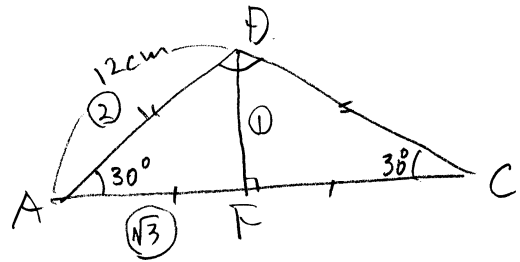
$$AD : DF = 2 : 1$$

$$12 : DF = 2 : 1$$

$$2DF = 12$$

$$DF = 6$$

$$\therefore \triangle DAC = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \dots \textcircled{b}$$



①, ②より

$$\triangle ABC : 36\sqrt{3} = 7 : 9$$

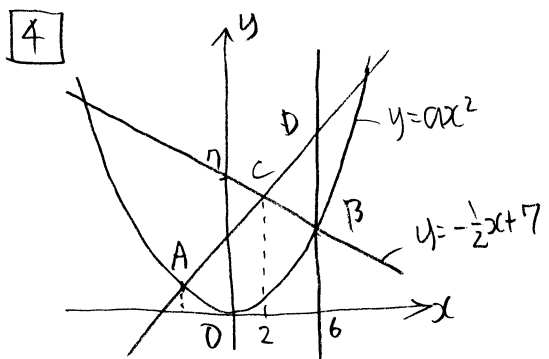
$$9\triangle ABC = 36\sqrt{3} \times 7 \text{ (かけ間違い!)}$$

$$\triangle ABC = \frac{36\sqrt{3} \times 7}{9}$$

$$= \underline{28\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}} \rightarrow$$

以上まとめて、答えは

$$\underline{12\sqrt{3} \text{ (cm)}, 28\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ [14]}}$$



(1) 点Bのx座標6 → y座標 → y = ax^2に代入

の流れに依る

点Bのx座標は6だから、 $y = -\frac{1}{2}x + 7 \dots ①$

に代入すると

$$y = -\frac{1}{2} \times 6 + 7 = -3 + 7 = 4$$

よって、 $B(6, 4)$

点Bは $y = ax^2 \dots ②$ 上の点だから

$$4 = a \times 6^2$$

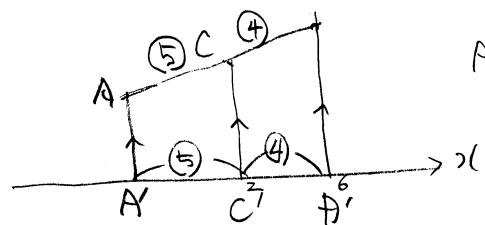
$$a \times 6^2 = 4$$

$$36a = 4$$

$$a = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

3点A, C, Dからx軸に下した垂線の足を

それぞれA', C', D'とすると、条件より



$$A'C' : C'D' = 5 : 4$$

(平行線と比例)

$A'(t, 0)$ とすると、 $A'C' = 2 - t, C'D' = 6 - 2 = 4$

$$\text{よって } (2 - t) : 4 = 5 : 4$$

$$\text{よって } 4(2 - t) = 4 \times 5$$

$$4 \text{で割って } 2 - t = 5, -t = 3, t = -3$$

従って、Aのx座標は-3.

これを $y = \frac{1}{9}x^2 \dots (2)$ に代入して

$$y = \frac{1}{9} \times (-3)^2 = \frac{1}{9} \times 9 = 1$$

以上まとめて, $\frac{1}{9}, 3$ [15]

(2) Cのy座標 \rightarrow Cの座標 \rightarrow 2点A, Cを通る直線の流れを解く.

Cのx座標は2だから, ①に代入して

$$y = -\frac{1}{2} \times 2 + 7 = -1 + 7 = 6$$

よって, $C(2, 6)$

2点A, Cを通る直線...③の傾きは

$$\frac{6-1}{2-(-3)} = \frac{5}{5} = 1$$

よって, ③を $y = x + b$ とすると, 点Cを通ることから

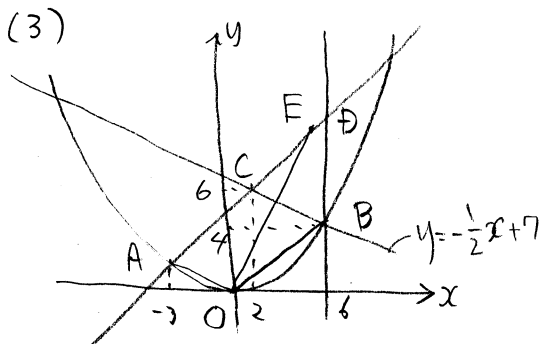
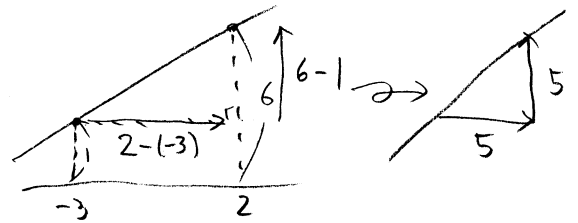
$$6 = 2 + b$$

$$2 + b = 6$$

$$b = 4$$

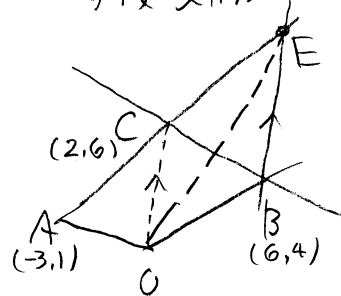
よって, 答えは $y = x + 4$ [16]

$$\leftarrow y = -\frac{1}{2}x + 7 \dots (1)$$



○ 等積変形.

$\triangle OBC$ を等しい面積の $\triangle OEC$ に変形する.



点Bを通過して

直線OCに平行な直線...④と

直線ACの交点をEとすればよい.

等積変形(四角形OBCEを同じ面積をもつ $\triangle OEA$ に変形) の流れを行こう.

点Bを通過して直線OCに平行な直線E④とする。
 OCの傾きは $\frac{6}{2} = 3$ だから、④E $y = 3x + C$ と
 すると、④は点B(6,4)を通過するから

$$4 = 3 \times 6 + C$$

$$3 \times 6 + C = 4$$

$$C = 4 - 18$$

$$C = -14$$

よって、④は $y = 3x - 14 \dots ④$

これと直線OCとの交点の座標を求めよう。

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = 3x - 14 \end{cases}$$

を連立させて解く。

$$x + 4 = 3x - 14$$

$$-2x = -18$$

$$x = 9$$

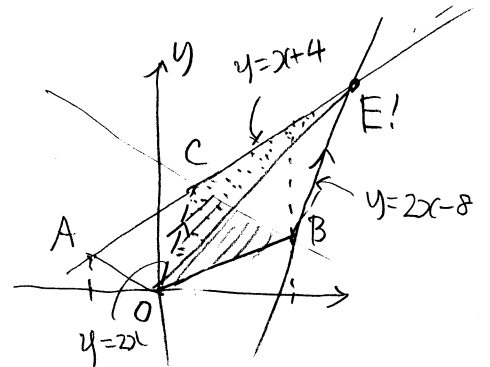
よって、 $y = 9 + 4 = 13$

F(9, 13) とすると、

$$\begin{aligned} (\text{四角形OBCA}) &= \triangle OCA + \triangle OBC \\ &= \triangle OCA + \triangle OFC \\ &= \triangle OFA \end{aligned}$$

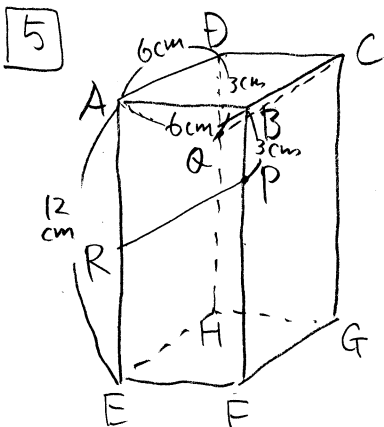
よって、 $F = E$ とすればよい。

答えは E(9, 13) [17]

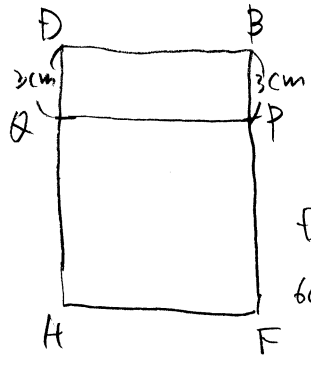


(余半線Eつけた三角形) = (打点部分の三角形)

← 答案的に E(12, 16) とせず、いったん別の点と見て F とおき、結果的に F = E である、と論じる。

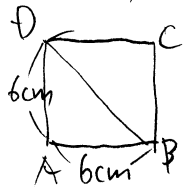


(1) 断面図BDHF
 → 三平方の定理
 という流れ。
 直方体を面BDHF
 を切ったときの切り
 口は次の通り。



$PQ = BD$ だから、 PQ は正方形 $ABCD$ の対角線の長さに等しい。

よって、 $\triangle ABD$ で三平方の定理



を用いると

$$PQ = BD = \sqrt{6^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{72} = \underline{6\sqrt{2}} \text{ (cm)}$$

[18]

(2) $CQ = PR, CP = QR \rightarrow$ ひし形 \rightarrow (対角線) \times (対角線) $\times \frac{1}{2}$ の流れ。

$PR \parallel CQ, \text{面} AEFB \parallel \text{面} DHGC$ だから

$$PR = CQ$$

同様に $QR = CP$

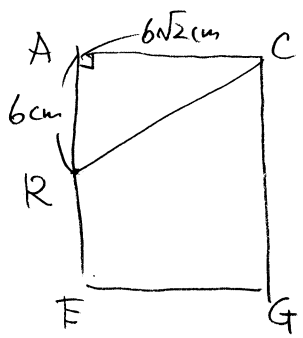
点 C から見て、点 P, Q は対等だから

$$CP = CQ$$

従って、四角形 $CQRP$ はひし形。

(1) より $PQ = 6\sqrt{2}$ (cm)

また、直方体を面 $AEGC$ で切ったときの切り口は次の通り。 $\triangle ARC$ で三平方の



定理を用いると

$$CR = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 6^2 \times 2}$$

$$= \sqrt{6^2 \times (1+2)}$$

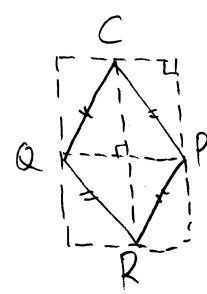
$$= \sqrt{6^2 \times 3}$$

$$= \underline{6\sqrt{3}} \text{ (cm)}$$

よって、四角形 $CQRP$ の面積は

$$PQ \times CR \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \underline{18\sqrt{6}} \text{ (cm}^2\text{)}$$

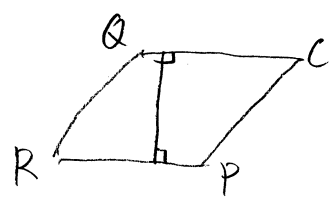
ひし形の面積



左のように補助の長方形を作ると、おある直角三角形はすべて合同。

よって、(ひし形) = (長方形) $\times \frac{1}{2}$

$$= (\text{ひし形の対角線の積}) \times \frac{1}{2}$$



直線CQと直線PRの距離をdとすると、

dはひし形CQRPでPRE底辺と見たときの高さに等しい。よって、面積より

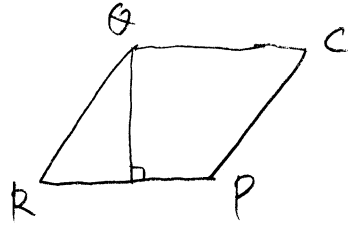
$$PR \times d = 18\sqrt{6}, \quad PR = CQ = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

よって

$$3\sqrt{5} \times d = 18\sqrt{6}$$

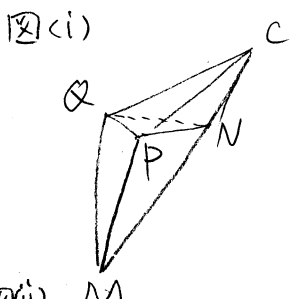
$$d = \frac{6 \times 18\sqrt{6}}{3\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{30}}{5}$$

以上まとめて、 $18\sqrt{6}$ [cm²], $\frac{6\sqrt{30}}{5}$ [cm], [19]

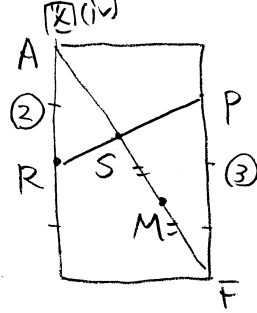
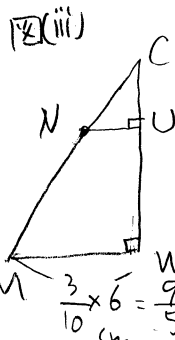
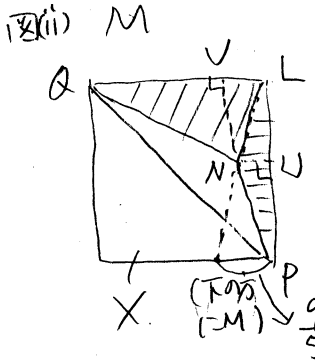


13) 三角錐MCQPをPRを含み面ABCDに平行な平面で2つの三角錐に切断の流れ。

三角錐MCQPを直線PRを含み面ABCDと平行な平面Xで切ると、2つの三角錐に分ける



Xと線分CM, CGの交点をそれぞれN, L, Nから面BCGF, 面CDHGに下し、垂線の足をU, V, 点Mから線分BGに下し、垂線の足をWとする。



AS:SF=AR:PF=6:9=2:3
SM:MF=1:1

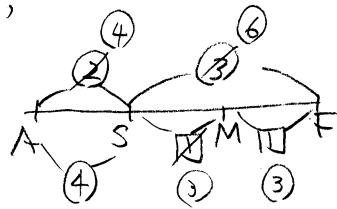
よって、AM:MF=7:3

BW:WF=7:3より BW = $\frac{7}{7+3} \times 12 = \frac{42}{5}$

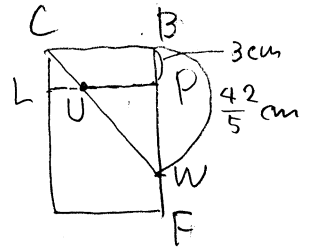
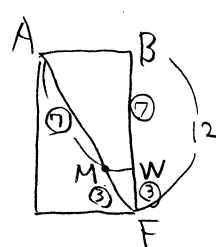
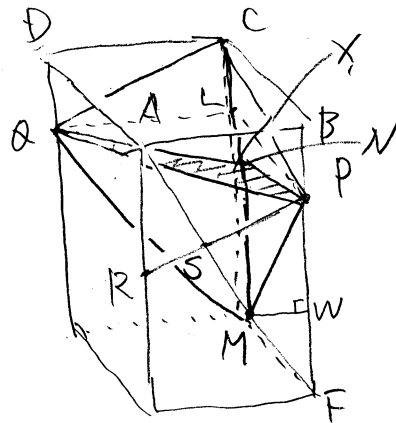
よって、CU:CW=BP:BW=3: $\frac{42}{5}$ =5:14

また、AB:MW=BF:WF=10:3

△MPQの面積がわかれば、体積は $\frac{\Delta MPQ \times (M \text{と面ABCDの距離}) \times \frac{1}{3}}$



よって△MPQの面積を求めよう。直接は難しいそうなので△LPQから△NLQと△NPLを引こう。目標はNUX
NVの長さ。



よして,

$6 : MW = 10 : 3$

$10 MW = 18$

$MW = \frac{9}{5}$

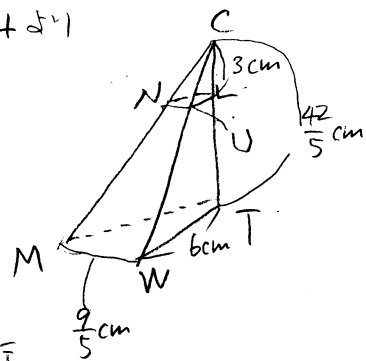
従って,

$NU : MW = CU : CW = 5 : 14$ よし

$NU : \frac{9}{5} = 5 : 14$

$14 NU = \frac{9}{5} \times 5$

$NU = \frac{9}{14}$



また、点Mを通る面ABCDと平行な平面とCGの交点をTとすると

よして,

$LU : TW = NU : MW$

$LU : 6 = \frac{9}{14} : \frac{9}{5}$

$\frac{9}{5} LU = 6 \times \frac{9}{14}$, $LU = 6 \times \frac{9}{14} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{7}$
(かけない)

よして,

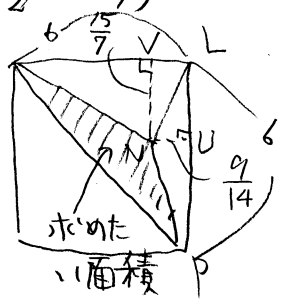
$\Delta NPQ = \Delta LPQ - (\Delta NPL + \Delta NQL)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - (\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{14} + \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{15}{7})$

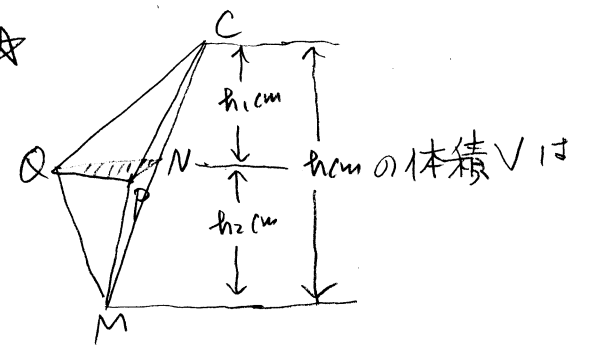
$= 18 - \frac{27+90}{14}$

$= 18 - \frac{117}{14}$

$= 18 - \frac{117}{14}$ (このまま)



★



$V = (\text{三角錐} C-NPQ) + (\text{三角錐} M-NPQ)$

$= \frac{1}{3} \times \Delta NPQ \times h_1 + \frac{1}{3} \times \Delta NPQ \times h_2$

$= \frac{1}{3} \times \Delta NPQ \times (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{3} \times \Delta NPQ \times h$ となす。

従って、答えは

$\frac{1}{3} \times \Delta NPQ \times BW = \frac{1}{3} \times (18 - \frac{117}{14}) \times \frac{42}{5}$ *92.4cc!*

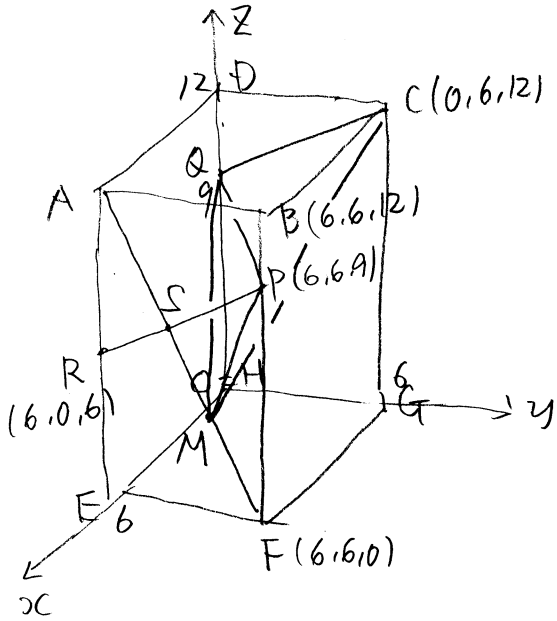
$= \frac{1}{3} \times 9 \times (2 - \frac{13}{14}) \times \frac{42}{5}$

$= 3 \times \frac{28-13}{14} \times \frac{42}{5}$

$= 3 \times \frac{15}{14} \times \frac{3}{5} = 27 [cm^3]$

それにしてとんちな問題です。

高校生になって空間図形というのを習うと次ページのようにシンプルに解けます。



図のように座標を設定する。

$$\vec{CQ} = (0, 0, 9) - (0, 6, 12) = (0, -6, -3) \\ \parallel (0, 2, 1)$$

$$\vec{CP} = (6, 6, 9) - (0, 6, 12) = (6, 0, -3) \\ \parallel (2, 0, -1)$$

\vec{CP}, \vec{CQ} の両方に垂直なベクトル n の \uparrow には $(1, -1, 2)$ がある。

よって、平面 CPQ の方程式は

$$x - (y - 6) + 2(z - 12) = 0 \\ x - y + 2z = 18 \dots \textcircled{A}$$

点 M から \textcircled{A} までの距離は、 $M(6, \frac{21}{5}, \frac{18}{5})$ より

$$\frac{|6 - \frac{21}{5} + 2 \times \frac{18}{5}|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{9}{\sqrt{6}} \quad (\text{このまま})$$

よって、答えは

$$\frac{1}{2} \times 18\sqrt{6} \times \frac{9}{\sqrt{6}} \times \frac{1}{3} = 27 \text{ [cm}^3\text{]}$$

↑
右へ

さらに大学までいくと、体積は $|(\vec{CQ} \times \vec{CP}, \vec{CM})| \times \frac{1}{6}$ という公式があります。
 $\vec{CQ} \times \vec{CP}$ は外積というベクトルで、次のように計算します。

$$\vec{CQ}: \begin{matrix} 0 & -6 & -3 & 0 \\ \textcircled{1} & & \textcircled{2} & \\ & \textcircled{3} & & \end{matrix}$$

$$\vec{CP}: \begin{matrix} 6 & 0 & -3 & 6 \\ & & & \\ & & & \end{matrix}$$

$$\textcircled{1}: -6 \times (-3) - (-3) \times 0 = 18$$

$$\textcircled{2}: -3 \times 6 - 0 \times (-3) = -18$$

$$\textcircled{3}: 0 \times 0 - (-6) \times 6 = 36$$

よって、 $\vec{CQ} \times \vec{CP} = (18, -18, 36)$

また、 $\vec{CM} = (6, \frac{21}{5}, \frac{18}{5}) - (0, 6, 12) \\ = (6, -\frac{9}{5}, -\frac{42}{5})$

よって、体積は

$$|(\vec{CQ} \times \vec{CP}, \vec{CM})| \times \frac{1}{6} \\ = |(18, -18, 36) \cdot (6, -\frac{9}{5}, -\frac{42}{5})| \times \frac{1}{6} \\ = |18 \times 3 \times ((1, -1, 2) \cdot (2, -\frac{3}{5}, -\frac{14}{5}))| \times \frac{1}{6} \\ = |18 \times 3 \times (2 + \frac{3}{5} - \frac{28}{5})| \times \frac{1}{6} \\ = |18 \times 3 \times (-\frac{15}{5})| \times \frac{1}{6} \\ = 18 \times 3 \times 3 \times \frac{1}{6} = 27 \text{ [cm}^3\text{]}$$

いろいろありますが、中学生相手に
出題するのは大人気ないのでは?
おとなげ

⑥ 赤玉の個数の増え方に着目しよう。

1の数が書かれた箱を□と表す。(その他も同様)

それぞれの箱の赤玉の個数の推移は

□₁ ... 1, 2, 3, ... (1個ずつ増える)

□₂ ... 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, ...
(2回目から2つ毎に増える)

□₃ ... 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, ...
(3回目から3つ毎に増える)

であるから

□₆ ... 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, ..., 1, 2, ..., 2, 3, ...
5個 6個 7個

であるから □_ア は $5+6+6+1=18$ 回目

□_イ は $18+6=24$ 回目となる。

よって、まとめて □_ア 18 □_イ 24 [21]

(2)

□₃ ... 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, ..., $h-1, h-1, h-1, h$
2個 3個 3個 +1
a回目
 $2+(h-1) \times 3$

であるから $a=2+(h-1) \times 3+1 \dots \textcircled{1}$

□₈ ... 0, 0, ..., 0, 1, 1, ..., 1, ..., $h-1, \dots, h-1, h$
7個 8個 8個

はじめてh個になるのは

$7+(h-1) \times 8+1$ 回目

条件より $a+85=7+(h-1) \times 8+1 \dots \textcircled{2}$

①より $a=2+3h-3+1=3h$

$a=3h \dots \textcircled{1}'$

②より $a+85=7+8h-8+1$

$$a + 85 = 8b \dots (2)'$$

①'を②'に代入して

$$3b + 85 = 8b$$

$$-5b = -85$$

$$b = 17$$

①'より $a = 3 \times 17 = 51$

以上から、 $a = 51, b = 17$ [22]

(3)

266回目の操作が終わったときの
 $\boxed{4}$ と $\boxed{9}$ の赤玉の個数を調べる
 \rightarrow $\boxed{4}$ の赤玉の個数と $\boxed{9}$ の黄玉の
 個数がはじめて等しくなるときか
 何回目の操作かを考える。

\rightarrow そのときの $\boxed{4}$ の玉の総数を
 求め、その値から67を引こう。

の流れで行こう。

$$266 - 3 = 263, \quad 263 = 4 \times 65 + 3 \text{ より}$$

$$\boxed{4} \dots \underbrace{0, 0, 0, 1, \dots, 1}_{3\text{個}}, \dots, \underbrace{65, \dots, 65}_{4\text{個}}, 66, 66, 66 \dots \text{263回目}$$

$$266 - 8 = 258, \quad 258 = 9 \times 28 + 6 \text{ より}$$

$$\boxed{9} \dots \underbrace{0, \dots, 0}_{8\text{個}}, \underbrace{1, \dots, 1}_{9\text{個}}, \dots, \underbrace{28, \dots, 28}_{9\text{個}},$$

$$\underbrace{29, \dots, 29}_{6\text{個}}, \dots, 30, \dots$$

\uparrow 266回目 \uparrow 269回目

$\boxed{4}$ の赤玉の個数は上の考察により66個。

$\boxed{9}$ の赤玉の個数は29個。よって

$\boxed{9}$ の玉の総数がはじめて $29 + 66 = 95$
 個になるのは。

$$8 + 9(95 - 1) + 1 = 8 + 9 \times 94 + 1$$

$$= 855 \text{ (回目)}$$

863回目の操作が終わったときの

④の玉の総数は,

$$855 - 3 = 852, \quad 852 = 4 \times 213$$

$$\underbrace{0, 0, 0}_{3}, \underbrace{1, 1, 1, 1}_{4}, \underbrace{2, \dots, 2}_{4}, \dots, 213, \dots, \underbrace{213}_{\substack{\uparrow \\ 855\text{回目}}}$$

より, 213個。

よって, ④の黄玉の個数は

$$213 - 66 = \underline{147} \text{ [個]} \quad [23]$$