平成31年度 中期

$\boxed{1}$ (1) $(-6)^2 - 4^2 \div 2$

$= 36 - 16 \div 2$

$= 36 - 8 = \underline{28}$ [1]

(2) $\dfrac{3a+1}{4} - \dfrac{4a-7}{6} = \dfrac{3(3a+1)}{12} - \dfrac{2(4a-7)}{12}$

$= \dfrac{3(3a+1) - 2(4a-7)}{12}$

$= \dfrac{9a+3-8a+14}{12} = \underline{\dfrac{a+17}{12}}$ [2]

(3) $\sqrt{27} + \sqrt{24} \times \sqrt{8}$

$= \sqrt{3^3} + \sqrt{3 \times 8} \times \sqrt{8}$

$= 3\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = \underline{11\sqrt{3}}$ [3]

(4) $\begin{cases} x = 2 + y \cdots ① \\ 9x - 5y = 2 \cdots ② \end{cases}$

①を②に代入して

$9(2+y) - 5y = 2$

$18 + 9y - 5y = 2$

$4y = -16$

$y = -4 \cdots ③$

③を①に代入して

$x = 2 + (-4) = -2$

よって $\underline{x = -2,\ y = -4}$ [4]

(5) $3a^2 - 24a + 48$

$= 3(a^2 - 8a + 16)$

$= \underline{3(a-4)^2}$ [5]

(6)「平行⇔傾きが等しい」より

$y = -\dfrac{2}{3}x + b$ とおく. 点$(-6, 2)$を通るから

$2 = -\dfrac{2}{3} \times (-6) + b$

両辺を入れかえて

$-\dfrac{2}{3} \times (-6) + b = 2$

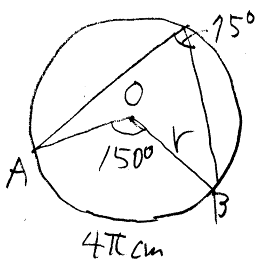
$4 + b = 2$

$b = 2 - 4$

$b = -2$

よって, 答えは $\underline{y = -\dfrac{2}{3}x - 2}$ [6]

(7)



中心角$\angle AOB = 75° \times 2$

$= 150°$

だから, 半径をrとすると

$2\pi \times r \times \dfrac{150}{360} = 4\pi$

$\underbrace{}_{円周} \times \underbrace{}_{150°}$

両辺を2πで割って

$r \times \dfrac{\cancel{150}^{\,5}}{\cancel{360}_{\,12}} = 2$

両辺に$\dfrac{12}{5}$をかけて

$r \times \dfrac{5}{12} \times \dfrac{12}{5} = 2 \times \dfrac{12}{5} = \dfrac{24}{5}$

よって, 円周は

$2\pi \times \dfrac{24}{5} = \underline{\dfrac{48}{5}\pi\ \mathrm{cm}}$ [7]

(8) 表を○, 裏を×で表すと

○○○
○○×
○×○
×○○
○××
×○×
××○
×××

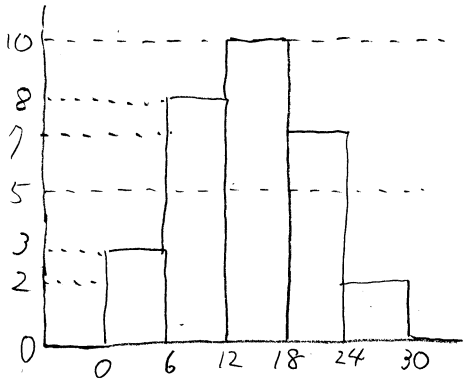
少なくとも1枚は表.

よって, 答えは $\underline{\dfrac{7}{8}}$ [8]

2

(1) 中央値…29人いるので $\frac{29}{2}=14.5$ より
上(または下)から15番目の通学時間であるから、階級は6分以上12分未満。よって
階級値は $\frac{6+12}{2}=\frac{18}{2}=9$分
[9]

(2) 資料からゆっくり読み取る。
12〜18 は 10人, 18〜24は 7人,
(18は除く)　(24は除く)
24〜30 は 2人, 30〜 は 0人



[11]

(3) (ア) 通学時間が18分未満の生徒の人数は, 3年1組は $5+11+6=22$人, 3年2組は $3+8+10=21$人だから, 誤り。

(イ) 通学時間が24分以上の生徒の割合 $\left(\frac{\text{その部分}}{\text{全体}}\right)$ は,
3年1組は $\frac{2}{29}$, 3年2組は $\frac{2}{30}$.
よって, 正しい。

(ウ) 1組は17人, 2組は17人なので
正しい。

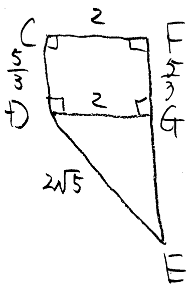
(エ) 1組は0〜6から5人なので, 正確な最短時間は不明。よって, 誤り

(オ) 1組で18分以上かかるのは $5+2=7$人,
2組では9人。よって, 大きい方から数えて
16番目は18分である。 正しい。

以上から, 答えは (イ), (ウ), (オ) [11]

3

(1) 立体Xは半径が $\frac{3}{2}$ cm の球であるから,
表面積は
$$4\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=4\times\pi\times\frac{9}{4}=9\pi\ \text{cm}^2$$
(※) $S=4\pi r^2$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$



左図のように, 長方形と直角三角形DEGに分けると,
三平方の定理により,
$$EG=\sqrt{DE^2-DG^2}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{20-4}=\sqrt{16}=4$$
よって, $EF=EG+GF=4+\frac{5}{3}$
$$=\frac{12}{3}+\frac{5}{3}=\frac{17}{3}\text{cm}$$

以上, まとめて
表面積 9π cm², $EF=\frac{17}{3}$cm [12]

(2) 立体Xの体積をV_1とすると

$V_1 = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{3}_1} \times \pi \times \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{2}_1} \times \frac{3}{\cancel{2}_1} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{9}{2}\pi \text{ cm}^3$

立体Yの体積をV_2とする。

立体Yは、底面の半径が2cm、高さ$\frac{5}{3}$cmの直円柱と、底面の半径が2cm、高さが4cmの直円錐を合わせたものだから

$V_2 = \pi \times 2^2 \times \frac{5}{3} + \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4$

$= \frac{20}{3}\pi + \frac{16}{3}\pi = \frac{36}{3}\pi = 12\pi \text{ cm}^3$

よって、

$V_1 : V_2 = \frac{9}{2}\pi : 12\pi$

$= \frac{9}{2} : 12$ (πでわる)

$= \frac{9}{2} \times 2 : 12 \times 2$ (×2)

$= 9 : 24$

(÷3)

$= \underline{3 : 8}$ [13]

4 (1) 制動距離(ym)は速さ(秒速xm)の2乗に比例するから、

$y = ax^2$ (aは定数)と表わされる。

$x=2$のとき$y=0.5$だから

$0.5 = a \times 2^2$

$a \times 2^2 = 0.5$

$4a = \frac{1}{2}$

$a = \frac{1}{8}$

従って、$y = \frac{1}{8}x^2$

また、xが5から7まで変化するとき、

変化の割合は $\frac{1}{8}(5+7) = \frac{1}{8} \times 12 = \frac{3}{2}$

だから、

(yの増加量)$= \frac{3}{2} \times$(xの増加量)

が成り立つから $\frac{3}{2}$倍。

以上まとめて

式: $\underline{y = \frac{1}{8}x^2}$、 $\underline{\frac{3}{2}}$倍 [14]

(2) 自転車の速さを秒速xmとすると、

地点Aからブレーキをかけた地点までは

$1.5x$ m、

ブレーキをかけてから停止するまでは

$\frac{1}{8}x^2$ m ((1)より)

進んでいるから

$1.5x + \frac{1}{8}x^2 = 13.5$

(×8)

$12x + x^2 = 108$

$x^2 + 12x - 108 = 0$

$(x-6)(x+18) = 0$

$x = 6, -18$

$x > 0$ だから $x = 6$

よって、答えは秒速$\underline{6\text{ m}}$ [15]

み
はじ
x 1.5

13.5
× 8
108.0

$108 = 2 \times 54$,
3×36
4×27
6×18 ○

5 (1) 折り返しの問題では，折り返す前と後の角度・長さが同じであることを利用しよう．

∠BCGを○で表すと，

(ア) ∠CBG … GB＝GCだから，∠GBC＝∠GCB．
よって，等しい。

(イ) ∠CDH … AB∥CDより，
∠CDH＝∠ABG＝90°－○

AB＜ACであるから，○≠45°
よって，等しくない。

(ウ) ∠DFH …「三角形の外角は，それと隣り合わない内角の和に等しい」から

∠DFH＝∠FAC＋∠FCA

ここで，折り返しにより
∠FCA＝∠BCG＝○
また，AD∥BCより ∠FAC＝○
よって，∠DFH＝○＋○だから，
等しくない。

(エ) ∠DHF … 対頂角は等しいから
∠DHF＝∠CHG．
∠CHG＝○とすると，△GCHはGC＝GHの二等辺三角形となるがGH＜GCであるから
これは不合理．
よって，等しくない．

(オ) ∠FDH … ∠FDH＝∠CBD(錯角)より
等しい．

(カ) ∠GCH … 折り返しにより∠BCGと
等しい．

よって，以上から答えは (ア)，(オ)，(カ)

[16]

(2) △CGH∽△DFHより

BG＝GD＝$x$cmとすると

CH：DH＝GH：FH

$12:(x-8)=8:FH$

$12FH=8(x-8)$

$FH=\frac{2}{3}(x-8)$ … ①

△BCH∽△DFHより

BH：DH＝CH：FH

$(x+8):(x-8)=12:FH$

$(x+8)FH=12(x-8)$ … ②

①を②に代入して

$(x+8)\times\frac{2}{3}(x-8)=12(x-8)$

$x>8$だから，$x-8\neq0$。両辺を$x-8$で割ると

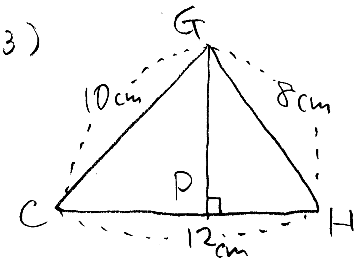
$\frac{2}{3}(x+8)=12$

(×3) $2(x+8)=36$

(÷2) $x+8=18$

$x=10$ cm [17]

(3)



GからCHに垂線GPを下す．
CP＝$y$cmとすると，
PH＝$12-y$ (cm)

GP^2 を2通りに表して

△CPGで $GP^2=10^2-y^2$

△GPHで $GP^2=8^2-(12-y)^2$

よって、$10^2-y^2=8^2-(12-y)^2$

$$100-y^2=64-(144-24y+y^2)$$
$$100-y^2=-80+24y-y^2$$
$$-24y=-80-100$$
$$-24y=-180$$
$$y=\frac{-180}{-24}=\frac{15}{2}\ (\mathrm{cm})$$

よって、$GP=\sqrt{10^2-\left(\frac{15}{2}\right)^2}=\sqrt{100-\frac{225}{4}}$

$$=\sqrt{\frac{400-225}{4}}=\sqrt{\frac{175}{4}}$$
$$=\frac{5\sqrt{7}}{2}\ (\mathrm{cm})$$

従って、$\triangle CGH=\frac{1}{2}\times 12\times\frac{5\sqrt{7}}{2}=15\sqrt{7}\ (\mathrm{cm}^2)$

△CGHと△DFHの相似比は

$CH:DH=12:(10-8)=12:2=6:1$

面積比は $6^2:1^2=36:1$

よって、$\triangle DFH=\frac{1}{36}\times\triangle CGH$

$$=\frac{1}{36}\times 15\sqrt{7}=\frac{5\sqrt{7}}{12}\ \mathrm{cm}^2$$

[18]

(※)(2)は超難問です。簡単に求める方法が他にあるはず。ちょっと考えておきます.

(3)(2)と同様、難ですが、BC,CDが分からない(実はBC=$\sqrt{215}$, CD=$\sqrt{185}$)ので、相似比で求めるしかありませんが、△GCHの面積も高さを求める方法が上の方法しかないのでいやになります。高校へ行くと3辺が分かっているとき「ヘロンの公式」を使います。

3辺が a,b,c であるとすると

$$S=\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)\times(a-b+c)(-a+b+c)}$$

ルートのつづき

$a=12,\ b=8,\ c=10$ を代入すると

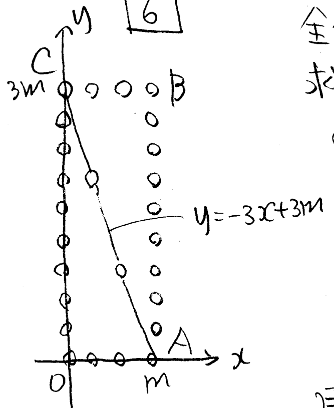
$$S=\frac{1}{4}\sqrt{(12+8+10)\times(12+8-10)\times(12-8+10)\times(-12+8+10)}$$
$$=\frac{1}{4}\sqrt{30\times10\times14\times6}$$

かけないで!!

$$=\frac{1}{4}\sqrt{(2\times3\times5)\times(2\times5)\times(2\times7)\times(2\times3)}$$
$$=\frac{1}{4}\times2^2\times3\times5\times\sqrt{7}=15\sqrt{7}\ \mathrm{cm}^2$$

と分かります。

$\boxed{6}$



全体と○の個数を求めてみます。

○,●の合計数は

$(m+1)\times(3m+1)$ 個

(よこ $m+1$ 個, たて $3m+1$ 個)

周囲の○は

$m\times2+3m\times2$

$=2m+6m=8m$ (個)

直線AC上の○は $m+1$ 個。

よって、○の合計は、2点A,Cをダブルカウントしないように気をつけて求めると

$$8m+(m+1)-2=9m-1\ (個)$$

よって、●は

$(m+1)(3m+1)-(9m-1)$

$=(3m^2+m+3m+1)-(9m-1)$

$=3m^2+4m+1-9m+1$

$=3m^2-5m+2$ (個)

あることになる.

(1) $m=4$のとき

白い点の個数は

$9\times4-1=36-1=35$ (個) [19]

黒い点の個数は,

$3\times4^2-5\times4+2=3\times16-20+2$

$=48-20+2$

$=30$ (個) [19]

(2) $9m-1=458$を解いて

$9m=458+1$

$9m=459$

$m=\frac{459}{9}=51$ [20]

黒い点の個数は

$3\times51^2-5\times51+2$

$=7803-255+2$

$=7550$ 個 [20]

$$\begin{array}{r} 51 \\ 51 \\ \hline 51 \\ 255 \\ \hline 2601 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 7803 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7805 \\ 255 \\ \hline 7550 \end{array}$$

(以上)