平成31年度 前期

$\boxed{1}$ (1) $\{5-(-2^2)\}\div\left(\frac{3}{4}\right)^2$

$=\{5-(-4)\}\div\frac{9}{16}$

$=(5+4)\times\frac{16}{9}$

$=9\times\frac{16}{9}=\underline{16}$ [1]

(2) $\frac{7x-1}{5}-x+2$

$=\frac{7x-1}{5}-\frac{5x}{5}+\frac{10}{5}$

$=\frac{7x-1-5x+10}{5}$

$=\underline{\frac{2x+9}{5}}$ [2]

(3) $(3-\sqrt{5})^2+\frac{10}{\sqrt{5}}$

$=3^2-2\times3\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2+\frac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=9-6\sqrt{5}+5+\frac{10\sqrt{5}}{5}$

$=11-6\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

$=\underline{11-4\sqrt{5}}$ [3]

(4) $(a-2b)^2-2(a-2b)-24$

$a-2b=A$ とおくと

$A^2-2A-24$

$=(A+4)(A-6)$

$=(a-2b+4)(a-2b-24)\cdots$①

ここで

$a-2b=30-2\times(-23)=30+46=76$

だから

① $=(76+4)\times(76-24)$

$=80\times52=\underline{4160}$ [4]

(5) $3x^2-3x-2=0$

解の公式より

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$

$=\frac{3\pm\sqrt{9+24}}{6}$

$=\underline{\frac{3\pm\sqrt{33}}{6}}$ [5]

(6) 球Aの半径を r cm とすると

表面積について、

球Aは $4\pi r^2$，球Bは $4\pi\times4^2$

条件より $4\pi r^2=9\times4\pi\times4^2$

$(\div4\pi)$ $r^2=9\times4^2$

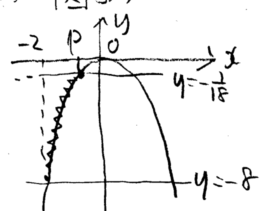
$r=\pm3\times4$

$r>0$ より $r=12$

答えは $\underline{12\text{cm}}$ [6]

(※) 面積比 $9:1=3^2:1^2$ より相似比は $3:1$．よって．$3\times4=\underline{12\text{cm}}$ [6] とする方がよい？

(7) 図より



$x=p$ のとき $y=-\frac{1}{18}$ だから

$-\frac{1}{18}=-2\times p^2$

$2p^2=\frac{1}{18}$

$(\div2)$ $p^2=\frac{1}{36}$

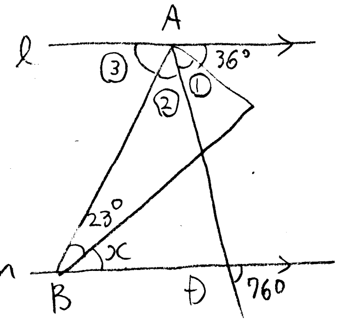
$p=\pm\frac{1}{6}$．$p<0$ より $p=\underline{-\frac{1}{6}}$ [7]

(※) この手の問題では，グラフを描いて目で考えることが大切．

(8) 条件より $3.05 \leqq a < 3.15$

よって, $\boxed{A}$ ア, $\boxed{X}$ (ク) [8]

(9)



同位角は等しいから

①$=76°-36°$
$=40°$

よって,

②$=$①$=40°$

③$=180°-36°-40°\times2=180°-116°=64°$

錯角は等しいから

$23°+\angle x=$③$=64°$

$\angle x=64°-23°=41°$ [9]

$\boxed{2}$ さいころの目の出方は全部で $6^2=36$ 通りあり, それらはすべて同様に確からしい.

(1) 2つのさいころの目が1, 6のときだから目の出方は2通り.

よって, 答えは $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ [10]

(2)

	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○	×	×	×
2	○	○	○	×	×	×
3	○	○	○	×	×	×
4	×	×	×	×	×	×
5	×	×	×	×	○	○
6	×	×	×	×	○	○

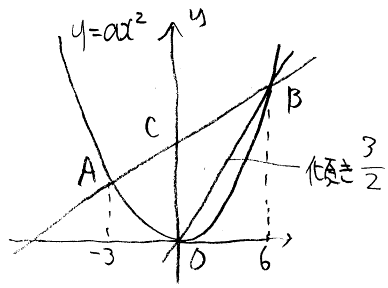
左図より都合のよい目の組み合わせは

$9+4=13$ 通り.

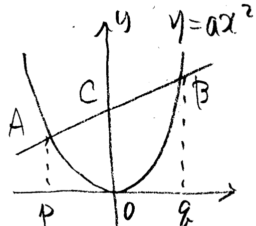
よって, 答えは

$\frac{13}{36}$ [11]

$\boxed{3}$



公式(=常識)?



直線ABの傾きは $a(p+q)$

切片Cは $-apq$

従って, 直線ABの式は $y=a(p+q)x-apq$

(1) 公式より, OBの傾き$=\frac{3}{2}$より

$a(0+6)=\frac{3}{2}$

$6a=\frac{3}{2}$

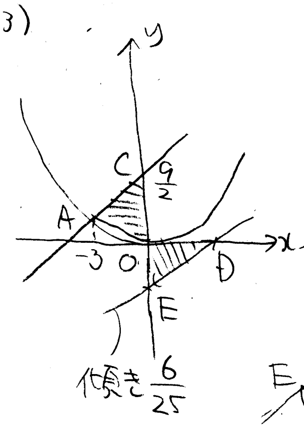
$a=\frac{3}{2\times6}=\frac{1}{4}$ [12]

(2) 直線ABの傾きは $\frac{1}{4}(-3+6)=\frac{3}{4}$,

切片は $-\frac{1}{4}\times(-3)\times6=\frac{9}{2}$ だから,

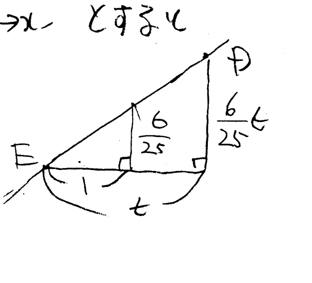
式は $y=\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$ [13]

(3)



$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times3$
$=\frac{27}{4}$ …①

Dのx座標をtとすると



よって

$E\left(0, -\frac{6}{25}t\right)$

すると、$\triangle OED = \frac{1}{2} \times t \times \frac{6}{25}t = \frac{3}{25}t^2$ …②

よって ①=②より

$$\frac{3}{25}t^2 = \frac{27}{4}$$

両辺に $\frac{25}{3}$ をかけて

$$\frac{3}{25}t^2 \times \frac{25}{3} = \frac{27}{4} \times \frac{25}{3}$$

$$t^2 = \frac{9 \times 25}{4} \text{（かけない）}$$

よって、$t = \pm\frac{3 \times 5}{2}$

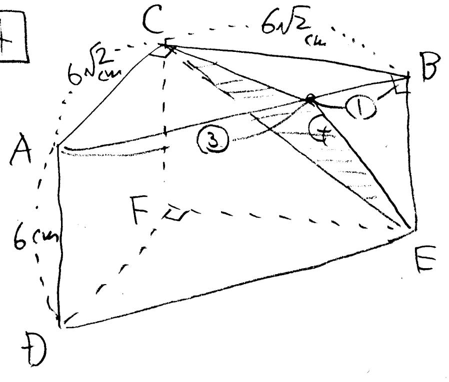
$t > 0$ より $t = \frac{15}{2}$

従って $D\left(\frac{15}{2}, 0\right)$ [14]

また、$-\frac{6}{25}t = -\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{25}_{5}} \times \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{2}_{1}} = -\frac{9}{5}$

よって、$E\left(0, -\frac{9}{5}\right)$ [14]

4



(1) $\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times AD = \frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \cancel{6}$

$= 72\ cm^3$ [15]

(2) △BEGで三平方の定理を使おう。

その前にABを求めよう。

△ABCは45°定規形だから

$AB = 6\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 12\ (cm)$

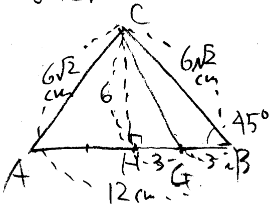
よって、$BG = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4} \times 12 = 3\ (cm)$

従って、△BEGで三平方の定理を用いて

$EG = \sqrt{BE^2 + BG^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$

$= 3\sqrt{5}\ (cm)$ [16]

また、



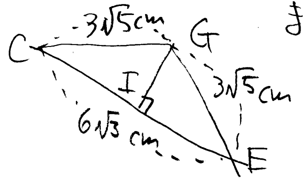
ABの中点をHとすると

$CH = BH = 6\ (cm)$

$HG = BG = 3\ (cm)$

よって、三平方の定理より

$CG = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ cm$,



また、$CE = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 6^2}$

$= \sqrt{36 \times 2 + 36} = \sqrt{36 \times 3}$

$= 6\sqrt{3}\ (cm)$

GC=GEより△CEGは2等辺三角形。

CEの中点をIとすると、$CI = 3\sqrt{3}\ (cm)$

△CGIで三平方の定理を用いて

$GI = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{45-27} = \sqrt{18}$

$= 3\sqrt{2}\ (cm)$

よって、$\triangle CEG = \frac{1}{2} \times CE \times GI$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$

$= 9\sqrt{6}\ cm^2$ [16]

(3) 三角錐ACGEの体積Vを2通りに考える。

(i) △ACGを底面と考えた場合、

高さはBE(=AD)であるから、

$V = \frac{1}{3} \times \triangle ACG \times BE = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times AG \times CH\right) \times BE$

$= \frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times 9 \times \cancel{6} \times 6 = 54\ (cm^3)$ …㋐

(ii) △CEGを底面と考えた場合，
高さは点Aと平面Pの距離（＝dとおく）で
あるから

$V=\frac{1}{3}\times\triangle CEG\times d$

$=\frac{1}{3}\times 9\sqrt{6}\times d=3\sqrt{6}d$ …④

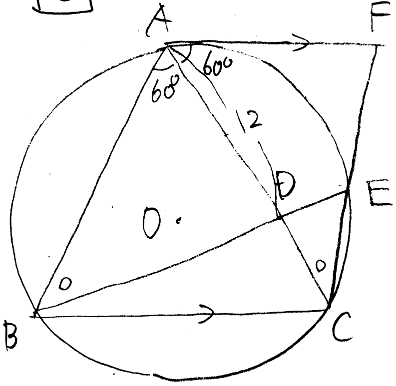
㋐＝④より

$3\sqrt{6}d=54$

$d=\frac{\cancel{54}^{18}}{\cancel{3}\sqrt{6}}=\frac{18\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{18\sqrt{6}}{6}=\underline{3\sqrt{6}}$ (cm)

(※) いや～，手間のかかる問題だわ!! ［17］

5



(1) △ABDと△ACFにおいて

AB＝AC（仮定←△ABCは正三角形）…①

AF//BCより ∠CAF＝∠ACB＝60°，
∠BAD＝60°であるから

∠BAD＝∠CAF ……②

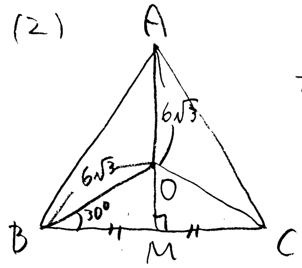
弧AEの円周角だから

∠ABD＝∠ACF…③

①，②，③より一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABD ≡ △ACF ［18］

(2)



（cmは省略）

BCの中点をMとすると，△OBMは30°定規形だから

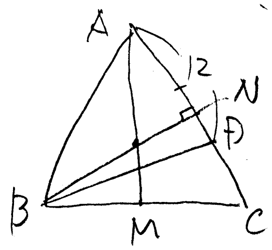
OM＝$3\sqrt{3}$，

BM＝$3\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

＝3×3

＝9

よって，AB＝BC＝CA＝9×2＝18



ACの中点をNとすると

BN＝AM

$=6\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

$=9\sqrt{3}$

ND＝12－9＝3．

よって，△BDNで三平方の定理を用いて

$BD=\sqrt{BN^2+DN^2}=\sqrt{(9\sqrt{3})^2+3^2}$

$=\sqrt{9^2\times3+9}=\sqrt{9\times(9\times3+1)}$

$=3\sqrt{28}=\underline{6\sqrt{7}\text{ cm}}$ ［19］

(3) (1)をヒントにする．△ABD≡△ACF
であるから，すべてを△ABDで表してみよう

△ABD＝Sとする．

$\triangle BCD:\underset{(=S)}{\triangle ABD}=\underset{6}{CD}:\underset{12}{AD}=1:2$

よって，2△BCD＝S

$\triangle BCD=\frac{1}{2}S$ …㋐

△ABD∽△ECDで相似比は

BD：CD＝$6\sqrt{7}$：6＝$\sqrt{7}$：1

よって，面積比は$(\sqrt{7})^2$：1＝7：1

$\underset{(=S)}{\triangle ABD}:\triangle ECD=7:1$

$7\triangle ECD = S$

$\triangle ECD = \frac{1}{7}S \cdots ①$

四角形 $ADEF = \triangle ACF - \triangle ECD$

$= \triangle ABD - \triangle ECD$

$= S - \frac{1}{7}S = \frac{6}{7}S \cdots ②$

よって、

四角形 $ABEF : \triangle BCE$

$= (\triangle ABD + $ 四角形 $ADEF) : (\triangle BCD + \triangle ECD)$

$= (S + ②) : (㋐ + ①)$

$= (S + \frac{6}{7}S) : (\frac{1}{2}S + \frac{1}{7}S)$ （両項に 2×7 をかける）

$= (14S + 12S) : (7S + 2S)$

$= 26S : 9S$

$= \underline{26 : 9}$ [20]

$\boxed{6}$ (1) $n=8$ のとき

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{7}\ \boxed{8}$
$\to \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{7}\ \boxed{8}\ \boxed{2}$
$\to \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{7}\ \boxed{8}\ \boxed{2}\ \boxed{4}$
$\to \boxed{7}\ \boxed{8}\ \boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{6}$
$\to \boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{6}\ \boxed{8}$

図より、

一番上のカードに書かれている数は $\underline{2}$ [21]

一番下に書かれている数は $\underline{8}$ [21]

(2) $n=31$（奇数）のとき、

一番上に書かれている数は順に

$1\to3\to5\to7\to9\to\cdots\to31$（15回目）

15回目の〈操作〉が終わったとき、残っているカードは $31-15=16$（枚）である。

また、一番下に書かれている数は順に

$31\to2\to4\to6\to\cdots\to28\to30$（15回目）

よって、答えは

一番上に書かれている数は $\underline{31}$

一番下に書かれている数は $\underline{30}$ [22]

(3) $n=294$（偶数）のとき、

$294\div2=147$ 回の操作が終わったときのカードの状態は図(i)の通り。残ったカードは147枚（奇数枚）

$(147\div2=73\cdots1)$

73枚カードが残るとき、さらに74回〈操作〉を続けることになる。そのうち73回目が終了したときの状況が図(ii)（(2)をヒントにする）

(i) $\boxed{2}\ \boxed{4}\ \boxed{6}\ \cdots\ \boxed{292}\ \boxed{294}$

(ii) $\boxed{294}\ \boxed{4}\ \boxed{8}\ \cdots\ \boxed{292}$

よって、74回目が終了したとき、一番上に書かれている数は $\underline{8}$ [23]

一番下に書かれている数は $\underline{4}$ [23]

（以上）