平成30年 前期

$\boxed{1}$

(1) $-2^2-8\div(-5)=-4-\frac{8}{-5}$

$=-4+\frac{8}{5}=-\frac{20}{5}+\frac{8}{5}=\underline{-\frac{12}{5}}$ 答

(−2.4でもOK)

(2) $4a^2b\div\left(-\frac{2}{5}ab\right)\times7b^2$

まず符号から. −が1個なので−,

さらに $-\frac{2}{5}ab$ の ab を分子に上げて,

$=-4a^2b\div\frac{2ab}{5}\times7b^2$

$=-\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\cancel{a^2b}}{1}\times\frac{5}{\cancel{2ab}}\times\frac{7b^2}{1}$

$=\underline{-70ab^2}$ 答

(3) $(2x-1)^2-(x+3)(x-6)$

$=\{(2x)^2-2\times2x\times1+1^2\}-\{x^2+(3-6)x+3\times(-6)\}$

$=(4x^2-4x+1)-(x^2-3x-18)$

$=4x^2-4x+1-x^2+3x+18$

$=\underline{3x^2-x+19}$ 答

(4) (外角 → 180°−外角=内角の順)

外角の和は360°だから, 1つの外角は $360°\div30=12°$

よって, 1つの内角の大きさは

$180°-12°=\underline{168°}$ 答

(5) $\begin{cases}5x+4y=9 \cdots\cdots ①\\ 2x+3y=-2 \cdots\cdots ②\end{cases}$

$$\begin{array}{rrl} ①\times3: & 15x+12y & =27 \\ -)\ ②\times4: & 8x+12y & =-8 \\ \hline & 7x & =35 \\ & x & =5 \end{array}$$

$x=5$を①に代入して

$5\times5+4y=9$

$25+4y=9$

$4y=9-25$

$4y=-16$

$y=-4$

よって, $\underline{x=5,\ y=-4}$ 答

(6) x^2y-2xy

$=xy(x-2)$

$=(\sqrt6+2)(\sqrt6-2)(\sqrt6+2-2)$

$x \times y \times (x-2)$

$=\{(\sqrt6)^2-2^2\}\times\sqrt6$

$=(6-4)\times\sqrt6=\underline{2\sqrt6}$ 答

(7) $3x^2-2x-5=0$

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-5)}}{2\times3}$

$=\frac{2\pm\sqrt{4+60}}{6}=\frac{2\pm\sqrt{64}}{6}$

$=\frac{2\pm8}{6}$

$x=\frac{2+8}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$, $x=\frac{2-8}{6}=-\frac{6}{6}=-1$

よって, $x=\underline{-1,\ \frac{5}{3}}$

(8) $y=\frac{4}{3}x-1$

変化の割合は$\frac{4}{3}$なので, xの増加量が6のとき, yの増加量は

$\frac{4}{3}\times6=\underline{8}$ 答

(9) 平均値は

$$\frac{2+2+5+x+13+15}{6}=\frac{x+37}{6}$$

中央値は $\frac{5+x}{2}$ (6人なので、3人目と4人目の平均)

よって、$\frac{x+37}{6}=\frac{5+x}{2}$

両辺に6をかけて

$$\frac{x+37}{\cancel{6}_1}\times\cancel{6}^1=\frac{5+x}{\cancel{2}_1}\times\cancel{6}^3$$

$x+37=3(5+x)$

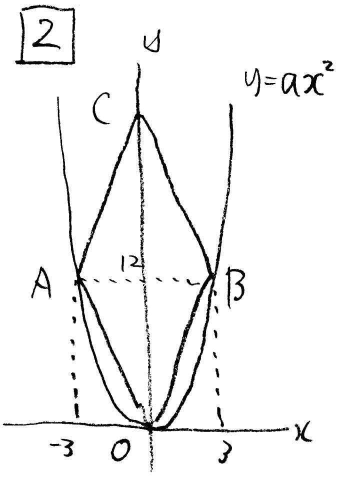
$x+37=15+3x$

$x-3x=15-37$

$-2x=-22$

$x=\underline{11}$ 答

2



(1) $y=ax^2$ …① は点A(−3, 12)を通るから

$12=a\times(-3)^2$

$12=a\times9$

$12=9a$

$9a=12$

$a=\frac{12}{9}$

$a=\underline{\frac{4}{3}}$ 答

(2) C(0, 24), B(3, 12)だから

傾き $\frac{12-24}{3-0}=\frac{-12}{3}=-4$

y切片 24

だから、$\underline{y=-4x+24}$ 答

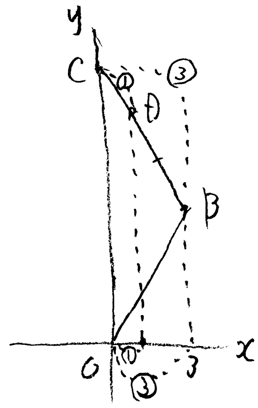
(3) (△ABC : △ADC = CB : CD から CB : BD を求め、点Dの座標を求める。)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times12=36$

すると、△ABC : △ADC = 36 : 12 = 3 : 1

また、△ABC : △ADC = CB : CD だから

CB : CD = 3 : 1.



よって、Dのx座標は

$3\times\frac{1}{3}=1$

(2)のBCの式 $y=-4x+24$ に $x=1$ を代入して

$y=-4\times1+24$

$y=-4+24$

$y=20$

よって、$\underline{D(1, 20)}$ 答

3

(1) カードの取り出し方は全部で $8\times5=40$ 通りあり、これらはすべて同様に確からしい。

袋Aから数字 x ($x=1, 2, \cdots, 8$) が書かれたカードを取り出したとき、袋Bからは数字 x が書かれていない4枚のカードの中から1枚取り出せばよい。よって答えは

→ 8通り

↓ 4通り

$$\frac{\cancel{8}\times4}{\cancel{40}_5}=\underline{\frac{4}{5}}$$ 答

(2) 積が8の倍数になる2数の積は

1×8, 2×4, 2×8, 3×8, 4×2, 4×4, (6)

4×6, 4×8, 4×10, 5×8, 6×4, 6×8, (6)

7×8, 8×1, 8×2, …, 8×10 (6)

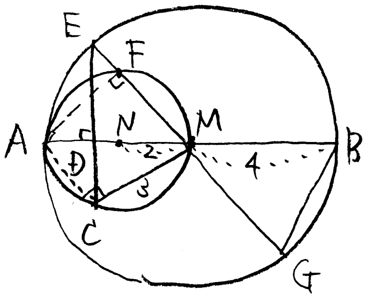
で、全部で18通りある。よって、答えは

$\frac{18}{40}=\frac{9}{20}$ 答

(注) ～～は，カードで表すと

$\boxed{8}$と$\boxed{1,2}$，$\boxed{8}$と$\boxed{3,4}$，$\boxed{8}$と$\boxed{5,6}$，$\boxed{8}$と$\boxed{7,8}$，
$\boxed{8}$と$\boxed{9,10}$ の5通りです。

$\boxed{4}$



(1) △DCMと△CAMにおいて，

$\angle DMC=\angle CMA$ (共通)…①

$\angle ACM$は半円を見込む円周角だから90°

よって，$\angle CDM=\angle ACM=90^\circ$…②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいから

△DCM∽△CAM 終

(2) △FMAと△DMEにおいて

$MA=ME$(円Mの半径)

$\angle AFM=90^\circ$(半円を見込む円周角)より

$\angle AFM=\angle EDM=90^\circ$

$\angle AMF=\angle EMD$(共通)

直角三角形で斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

△FMA≡△DME

よって，(ウ) 答

(注) 証明する必要はないので，目で見て，合同っぽいものを選んでもよい。

△FMA≡△DMEより FM=DMである。

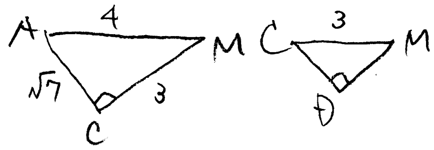
(以下，AC → △DCM∽△CAMより DMを求める)

△ACMで三平方の定理を用いると

$AC^2+CM^2=AM^2$より $AC^2+3^2=4^2$

$AC^2=4^2-3^2=16-9=7$

$AC>0$より $AC=\sqrt{7}$



よって，AM：CM＝CM：DMより

$4:3=3:DM$

$4DM=3\times3$

$4DM=9$

$DM=\frac{9}{4}$

したがって $FM=DM=\frac{9}{4}$ 答

(3) MG=4だから

$MG:MF=4:\frac{9}{4}=16:9$

$MB:MA=4:4=1:1$

よって，$\triangle MGB:\triangle FMA=16\times1:9\times1=16:9$ …③

△FMAで三平方の定理を用いて

$AF^2+FM^2=AM^2$

$AF^2+\left(\frac{9}{4}\right)^2=4^2$

$AF^2=4^2-\left(\frac{9}{4}\right)^2=\left(4+\frac{9}{4}\right)\left(4-\frac{9}{4}\right)=\frac{25}{4}\times\frac{7}{4}$

$\left(=16-\frac{81}{16}=\frac{256-81}{16}=\frac{175}{16}\right)$

$AF>0$だから $AF=\sqrt{\frac{25}{4}\times\frac{7}{4}}=\frac{5\sqrt{7}}{4}$

したがって

$\triangle FMA=\frac{1}{2}\times AF\times FM=\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{7}}{4}\times\frac{9}{4}$

$=\frac{9\times5\sqrt{7}}{2\times4\times4}$ (かけない!)

③より

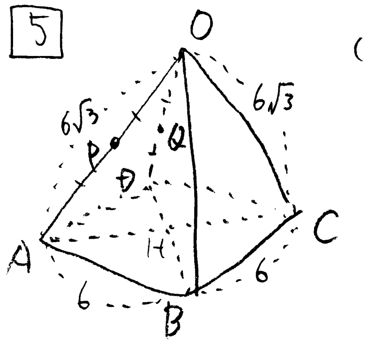
$\triangle MGB:\triangle FMA=16:9$

$9\triangle MGB=16\triangle FMA$

$\triangle MGB=\frac{16}{9}\triangle FMA$

$$=\frac{\cancel{16}^{1}}{\cancel{9}_{1}}\times\frac{\cancel{9}^{1}\times5\sqrt{7}}{2\times\cancel{4}\times\cancel{4}}=\frac{5\sqrt{7}}{2}\ \text{cm}^2$$

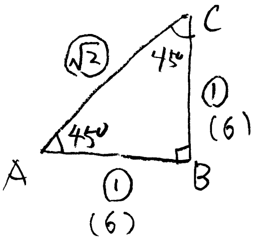
$\boxed{5}$



(1) 正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$AH=\frac{1}{2}AC$

△ABCは直角二等辺三角形なので，辺の比は $1:1:\sqrt{2}$



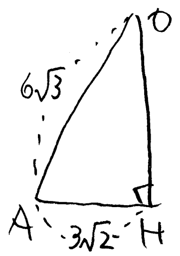
よって，$AC:AB=\sqrt{2}:1$

$AC:6=\sqrt{2}:1$

$AC=6\sqrt{2}$

したがって，

$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)



△OAHで三平方の定理を用いると

$AH^2+OH^2=OA^2$

$(3\sqrt{2})^2+OH^2=(6\sqrt{3})^2$

$OH^2=(6\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2$

$=36\times3-9\times2$

$=9(12-2)$

$=9\times10$

$OH>0$だから　$OH=\sqrt{9\times10}=3\sqrt{10}$ …①

したがって正四角錐OABCDの体積は

$\frac{1}{3}\times$(正方形ABCD)$\times OH$

$=\frac{1}{\cancel{3}}\times6\times6\times\cancel{3}\sqrt{10}=36\sqrt{10}$ cm³

(2) △OADで $OP=\frac{1}{2}OA,\ OQ=\frac{1}{2}OD$より

$\triangle OAD:\triangle OPQ=1:\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1:\frac{1}{4}$

よって，$\triangle OPQ=\frac{1}{4}\triangle OAD$ …②

三角錐OABDで底面を△OADと見て体積を考え，また，三角錐OPBQの底面を△OPQと見て体積を考えたとき，高さは同じだから，2つの三角錐の体積の比は底面積の比に等しい。

よって，②より

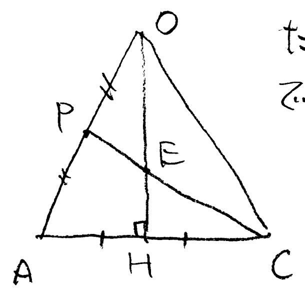
(三角錐OPBQの体積)

$=\frac{1}{4}\times$(三角錐OADDの体積)

$=\frac{1}{4}\times$(正四角錐OABCDの体積)$\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{4}\times36\sqrt{10}\times\frac{1}{2}=\frac{9\sqrt{10}}{2}$ cm³

(3) 正四角錐OABCDを3点O，A，Cを通る平面で切ったときの切り口は次のようになる。



OH，CPは△OACの中線だから，その交点Eは重心である。よって，

$OE:EH=2:1$ (公式)

したがって

$OE:OH=2:3$

ゆえに $3OE=2OH$ より

$OE=\frac{2}{3}OH=\frac{2}{3}\times3\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ cm

$\boxed{6}$ (1) 箱の中のいちばん下の数だけ書いていくと

3　6　9　12

→15　18　21　1

→4　7　10　13

A	B	C	D
16	19	23	2と当たり
5	8	11	14
17	20	23	3

→ ここから最初と同じ数がくり返される。

よって、答えは 16箱目 答

(2) ①が何番目の箱に入るかを考える。

A 1, D 8, D 16, D 24, C 31, C 39, C 47,

+7 +8 +8, +7 +8 +8

これをくり返す

B 54, B 62, B 70, A 77, A 85, A 93, …

よって、①の玉が8回目に入るのは

54番目の箱で、

$54 \div 4 = 13 \cdots 2$ より B の箱である。

2番目

(3) ①の玉をAの箱に2回目に入れるのは(2)の過程より、77箱目である。

ア 答

(4) 1が入る箱は

A, [D, D, D, C, C, C, B, B, B,

A, A, A] D, D, D, C, C, C, B, B, B, A, …

上 中 下

と変わっていく。[ ]が10回くり返されたとき、①の玉はAに31回(←1回多い)入ったことになる。[ ]に必要な箱は $93-1=92$(箱) だから イ は

$1+92\times10-8=913$ 箱目 答

(A A A, D … より)

+7 +8 +8 +7

$1+92\times10=921$ 箱目

1(9), 3(2), 4(2),(3), 5(2), 6 と重量級の問題が続きます。数学のあまり得意でない生徒が圧倒的に多い京都府でこんな出題をする意味があるのでしょうか? 特に、3, 6は数えるしか方法がないので時間的にきつい。史上最難関のセットでしょう。とはいうものの、数学では差がつかないので、数学が苦手な人にとっては最高の出題ですね。