平成29年度 中期

$\boxed{1}$

(1) $(-2)^3-(-3^2)\times(-4)$

$=(-8)-(-9)\times(-4)$

$=-8-(+36)$

$=-8-36$

$=\underline{-44}$ 答

(2) $\frac{1}{2}(46a-3b)-\frac{2}{5}(35a-2b)$

$=\frac{1}{2}\times46a+\frac{1}{2}\times(-3b)-\frac{2}{5}\times35a-\frac{2}{5}\times(-2b)$

$=23a-\frac{3}{2}b-14a+\frac{4}{5}b$

$=(23-14)a+(-\frac{3}{2}+\frac{4}{5})b$

$=9a+(-\frac{15}{10}+\frac{8}{10})b$

$=9a+(-\frac{7}{10})b$

$=\underline{9a-\frac{7}{10}b}$ 答

(他に、$\frac{90a-7b}{10}$，$\frac{1}{10}(90a-7b)$，

$9a-0.7b$ でもOK

また，

$\frac{46a-3b}{2}-\frac{2(35a-2b)}{5}$ として通分してもよい．

(3) $\sqrt{18}+\sqrt{56}\div\sqrt{7}$

$=3\sqrt{2}+\frac{\sqrt{\cancel{56}\,8}}{\sqrt{\cancel{7}\,1}}=3\sqrt{2}+\sqrt{8}$

$=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\underline{5\sqrt{2}}$ 答

(4) $\begin{cases}4x+3y=1 \cdots\cdots ① \\ 3x-2y=-12 \cdots\cdots ②\end{cases}$

[yを消去する]

$①\times2:\ 8x+6y=2$

$+)\ ②\times3:\ 9x-6y=-36$

$17x\quad=-34$

$x=\frac{-34}{17}$

$x=-2 \cdots ③$

③を①に代入して

$4\times(-2)+3y=1$

$-8+3y=1$

$3y=1+8$

$3y=9$

$y=\frac{9}{3}=3$

よって，$\underline{\begin{cases}x=-2\\ y=3\end{cases}}$ 答

(5) $(x+6)^2-13(x+6)+40$

$x+6=A$ とおくと

$A^2-13A+40$

$=(A-5)(A-8)$

たして -13
かけて 40

もとにもどして

$=\{(x+6)-5\}\{(x+6)-8\}$

$=(x+6-5)(x+6-8)$

$=\underline{(x+1)(x-2)}$ 答

[別解] 展開してもよい

$(x^2+2\times x\times6+6^2)-13x-13\times6+40$

$=(x^2+12x+36)-13x-78+40$

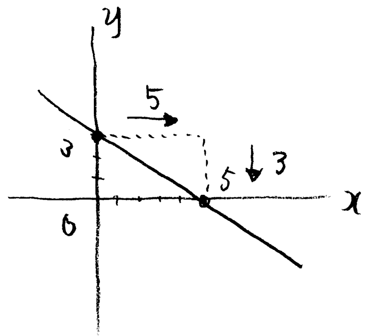
$=x^2+(12-13)x+36-78+40$

$=x^2-x-2=\underline{(x+1)(x-2)}$ 答

(6) $y=-\frac{3}{5}x+3$

② ① y軸上の3を・

傾き $\frac{-3}{5}$ とは 右に5進んで、下に3進むこと。①の・から右に5進んで、下に3進んだところを・。この2つの・を通る直線をひく。



(7) $4x^2-5x-1=0$

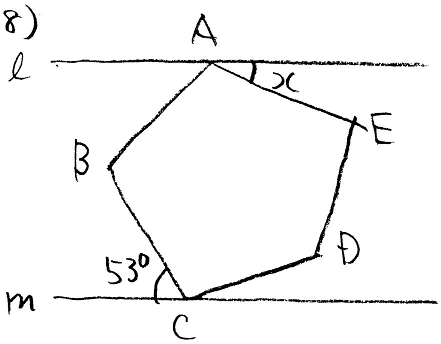
$(a=4,\ b=-5,\ c=-1)$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}$$

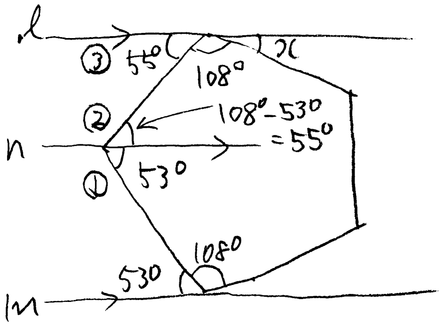
$$=\frac{5\pm\sqrt{25+16}}{8}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{41}}{8}$$ 答

(8)



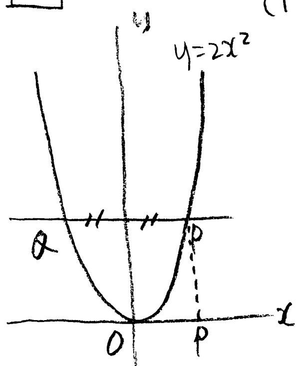
分かっている角をxの周囲に集めよう。正五角形の一つの外角は 360°÷5 =72°、一つの内角は180°−72°=108°
（この結果は覚えよう）



①、②、③の順に求めていこう。
①と③は「錯角は等しい」から

$\angle x=180^\circ-(108^\circ+55^\circ)$
$=180^\circ-163^\circ$
$=17^\circ$ 答

$\boxed{2}$

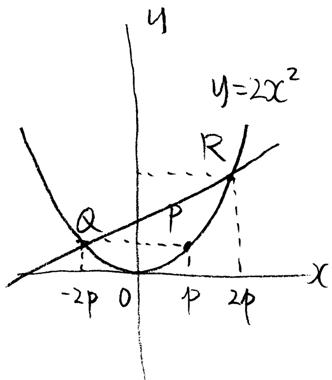


(1) y軸に関して対称だから、Qのx座標は $-p$、y座標は $y=2x^2$ に $x=-p$ を代入して

$y=2\times(-p)^2=2p^2$

よって答えは $Q(-p,\ 2p^2)$ 答

(2)



Rのy座標は $x=2p$ を $y=2x^2$ に代入して

$y=2\times(2p)^2=2\times4p^2$
$=8p^2$

よって、$R(2p,\ 8p^2)$
また、$Q(-p,\ 2p^2)$

より、直線QRの傾きは

$$\frac{8p^2-2p^2}{2p-(-p)}=\frac{6p^2}{2p+p}=\frac{6p^2}{3p}=2p$$

これが7に等しいから

$2p=7$ よって $p=\frac{7}{2}$ 答

$\boxed{3}$ (1) $(\text{相対度数}) = \dfrac{(\text{その階級の度数})}{(\text{全体の度数})}$ ← 実験の回数の合計

だから，実験の回数をxとすると

$\frac{8}{x} = 0.16$

両辺にxをかけて

$8 = 0.16 \times x$

$0.16x = 8$

両辺に100をかけて

$16x = 800$

$x = \frac{800}{16} = \frac{100}{2} = 50$ (回) 答

よって，$\boxed{ア}$ は

$50-(7+10+8+4+2)$

$=50-31$

$=19$ 答

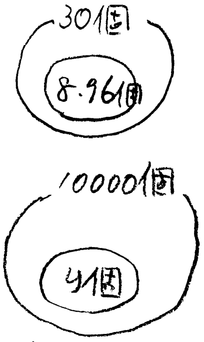
平均値は

$\frac{7\times7+8\times10+9\times19+10\times8+11\times4+12\times2}{50}$

$=\frac{49+80+171+80+44+24}{50}$

$=\frac{448}{50}=8.96$ 答 (個)

黒玉の総数をy(個)とすると



$30 : 8.96 = 10000 : y$

$30y = 89600$

$y = \frac{8960\cancel{0}}{3\cancel{0}} = 298\overset{7}{\cancel{6}}.\cancel{6}\cdots$

よって，②は 2987 (個) 答

［平均は仮平均を使うと楽です．

仮平均を9とすると，

$9+\frac{(-2)\times7+(-1)\times10+0+1\times8+2\times4+3\times2}{50}$

$=9+\frac{-14-10+8+8+6}{50}$

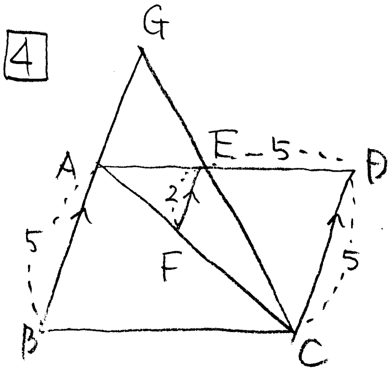
$=9+\frac{-2}{50}=9-\frac{4}{100}$

$=9-0.04$

$=8.96$ 答

②は比例の関係を使っています．

$\boxed{4}$



(1) EF//CD，

EF=2(cm)，

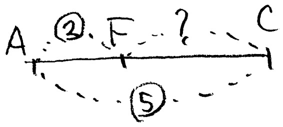
CD=5(cm)

だから，

AF:AC

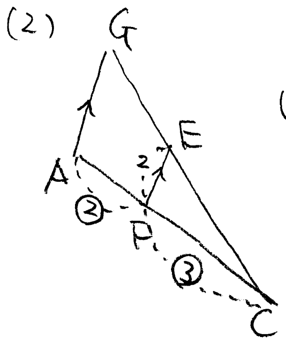
=EF:CD

=2:5



よって，AF:FC=2:3 答

(2)



EF//AG，

(1)より CF:CA=3:5

よって，

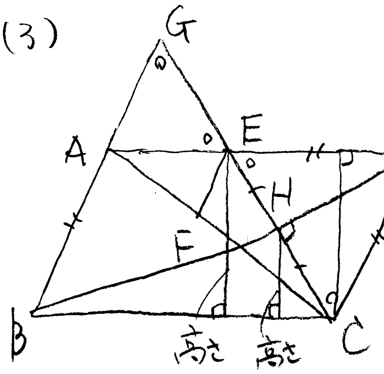
EF:AG=CF:CA

2:AG=3:5

3AG=2×5

$AG=\frac{2\times5}{3}=\frac{10}{3}$ 答

(3)



(△AEG，△BCH を△DEC で表してみます.)

△AEG∽△DEC で，相似比は

$AG : CD = \frac{10}{3} : 5 = 10 : 15 = 2 : 3$

よって，

$\triangle AEG : \triangle DEC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$9\triangle AEG = 4\triangle DEC$

$\triangle AEG = \frac{4}{9}\triangle DEC \cdots\cdots ①$

次に△BCH と△DEC の面積比を考える。

△BCH の底辺を BC，△DEC の底辺を DE と考えると，底辺の比は

$BC : DE$

ここで，上図のように△AEG は AE=AG の二等辺三角形だから

$AE = AG = \frac{10}{3}$

よって，$BC = AD = AE + ED$

$= \frac{10}{3} + 5 = \frac{25}{3}$

従って，底辺の比は

$BC : DE = \frac{25}{3} : 5 = 25 : 15$

$= 5 : 3$

H は辺 EC の中点であるから，

△BCH の高さと△DEC の高さの比は

$1 : 2$

従って，

$\triangle BCH : \triangle DEC = 5\times1 : 3\times2 = 5 : 6$

$6\triangle BCH = 5\triangle DEC$

$\triangle BCH = \frac{5}{6}\triangle DEC \cdots ②$

以上 ①，②より

$\triangle AEG : \triangle BCH = \frac{4}{9}\triangle DEC : \frac{5}{6}\triangle DEC$

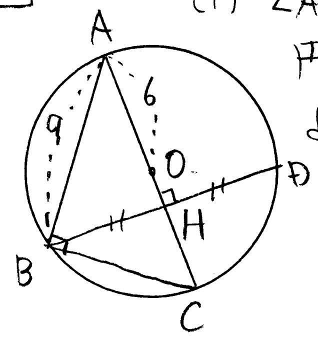
$= \frac{4}{9} : \frac{5}{6}$

(×18) $= 18\times\frac{4}{9} : 18\times\frac{5}{6}$

$= 2\times4 : 3\times5$

$= \underline{8 : 15}$ 答

5



(1) ∠ABC は半円を見込む円周角だから 90°.

よって，三平方の定理より

$BC^2 + 9^2 = 12^2$

$BC^2 = 12^2 - 9^2$

$= (12+9)\times(12-9)$

$= 21\times3$

$BC > 0$ より $BC = \sqrt{21\times3} = \underline{3\sqrt{7}}$ (cm)

答

(2) BD と AC の交点を H とすると

△BCH∽△ACB.

よって，$BC : AC = BH : AB$

$3\sqrt{7} : 12 = BH : 9$

$12BH = 3\sqrt{7}\times9$

$BH = \frac{3\sqrt{7}\times9}{12}$

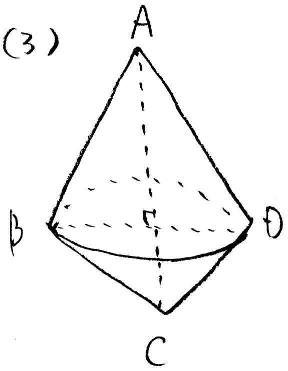
$= \frac{9\sqrt{7}}{4}$

まず BH を求め，それを 2 倍しましょう

従って，

$BD = 2BH = 2\times\frac{9\sqrt{7}}{4} = \frac{9\sqrt{7}}{2}$ (cm) 答

(3)



2つの直円錐を合わせた図形になっています。Aを頂点とする円錐の高さをh_1，Cを頂点とする円錐の高さをh_2とすると，底面は共通で，その面積をSとすると，求める体積Vは

$$V = \frac{1}{3}\times S\times h_1 + \frac{1}{3}\times S\times h_2$$
$$= \frac{1}{3}S(h_1+h_2)$$
$$= \frac{1}{3}S\times AC$$

← いきなりこれを書いてもOK.

$$S = \pi\times(BH)^2 = \pi\times\left(\frac{9\sqrt{7}}{4}\right)^2$$
$$= \pi\times\frac{81\times7}{16}\ (\text{cm}^2)$$

← このまま。かける必要ナッシング

$AC = 12$

だから

$$V = \frac{1}{3}S\times AC = \frac{1}{\cancel{3}_1}\times\pi\times\frac{81\times7}{\cancel{16}_4}\times\cancel{12}^{\cancel{4}\,1}$$

← このまま

一方，半径6の球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi\times6^3 = \frac{4}{\cancel{3}_1}\pi\times\cancel{6}^2\times6\times6 = 4\times2\times6^2\pi$$

よって，

$$\frac{\frac{\pi\times81\times7}{4}}{4\times2\times6^2\pi} = \frac{\cancel{\pi}^1\times\cancel{81}^9\times7}{4}\times\frac{1}{4\times2\times\cancel{6}_2\times\cancel{6}_2\times\cancel{\pi}_1}$$

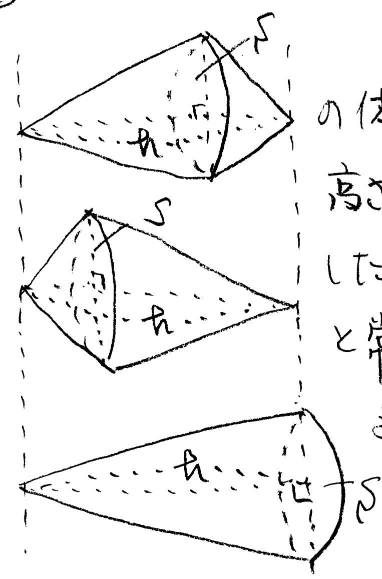
(〜の何倍か，は〜を下(分母))

$$= \frac{9\times7}{4\times4\times2\times2\times2} = \frac{63}{128}\ (倍)$$ 答

$(16\times8=128)$

(かけてしまうと約分がたいへんです)

注



の体積は底面を高さと垂直に移動した図形の体積と常に等しくなります。

$V = \frac{1}{3}Sh$

$\boxed{6}$ タイルA，Bを正方形とし，一辺の長さを1としても一般性を失わない。

(大丈夫ということ)

(1) n番目の図形は一辺がn+2の2つの正方形を右上と左下のタイル1枚が重なるように並べたものである。

必要なタイルの合計数は

$$(n+2)^2\times2-1 = 2(n^2+2\times n\times2+2^2)-1$$
$$= 2(n^2+4n+4)-1$$
$$= 2n^2+8n+8-1$$
$$= 2n^2+8n+7\ (枚)$$

タイルAは一辺がnの正方形を作るから，Aの枚数は

$$n^2\times2 = 2n^2\ (枚)$$

Bの枚数は

(全体の枚数)-(Aの枚数)

$=(2n^2+8n+7)-2n^2$

$=8n+7$

以上から,

Aのタイルの枚数 $\underline{2n^2}$ (枚)

Bのタイルの枚数 $\underline{8n+7}$ (枚) 答

(2) (Aのタイルの枚数)=(Bのタイルの枚数)+1043

より

$2n^2=(8n+7)+1043$

$2n^2=8n+7+1043$

$2n^2-8n-7-1043=0$

$2n^2-8n-1050=0$

(÷2) $n^2-4n-525=0$

$(n-25)(n+21)=0$

$n>0$ より

$n=25$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 525 \\ 5 & 175 \\ 5 & 35 \\ & 7 \end{array}$$

-25 と 21

よって, $\underline{25}$番目の図形 答

(以上)