平成29年度 前期

$\boxed{1}$

(1) $\dfrac{27}{4} \div \left(-\dfrac{3}{8}\right) - (-12) \times \left(-\dfrac{5}{2}\right)$

$= \dfrac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{4}_{1}} \times \left(-\dfrac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{3}_{1}}\right) - \left(+\cancel{12}^{6} \times \dfrac{5}{\cancel{2}_{1}}\right)$

$= -18 - 30$

$= \underline{-48}$ $\boxed{答}$

(2) $\dfrac{5a-2b}{8} - \dfrac{3a-4b}{5}$

$= \dfrac{5(5a-2b)-8(3a-4b)}{40}$

$= \dfrac{25a-10b-24a+32b}{40}$

$= \dfrac{a+22b}{40}$ $\boxed{答}$

(3) $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{6}} - \dfrac{10}{\sqrt{3}} + \sqrt{\dfrac{4}{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{3}} - \dfrac{10}{\sqrt{3}} + \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{5-10+2}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{-3}{\sqrt{3}} = -\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$= -\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$

$= \underline{-\sqrt{3}}$ $\boxed{答}$

(4) $6 : 4.5 = 16 : x$

$6x = 16 \times 4.5$

$x = \dfrac{\cancel{16}^{8} \times \cancel{4.5}^{1.5}}{\cancel{6}_{3}} = \underline{12\,(\mathrm{km})}$ $\boxed{答}$

(5) $xy = a$ とおくと

$2 \times (-9) = a$

$a = 2 \times (-9)$

$a = -18$

よって，$xy = -18$

$y = -\dfrac{18}{x}$ に $x = -6$ を代入して

$y = -\dfrac{18}{-6} = \underline{3}$ $\boxed{答}$

[$2 \times (-9) = (-6) \times y$ より

$-18 = -6y$

$-6y = -18$

$y = 3$

としてもよい.]

(6) $\begin{cases} 4x - 3y = 19 \cdots\cdots ① \\ 6x - 2y - 2 = 19 \cdots\cdots ② \end{cases}$

$$\begin{array}{rrl} & ①\times 2 : & 8x - 6y = 38 \\ -) & ②\times 3 : & 18x - 6y - 6 = 57 \\ \hline & & -10x \quad + 6 = -19 \end{array}$$

$-10x = -19 - 6$

$-10x = -25$

$x = \dfrac{-25}{-10}$

$x = \dfrac{5}{2} \cdots ③$

③を①に代入して

$4 \times \dfrac{5}{2} - 3y = 19$

$10 - 3y = 19$

$-3y = 19 - 10$

$-3y = 9$

$y = -3$

よって，

$\begin{cases} x = \dfrac{5}{2} \\ y = -3 \end{cases}$ $\boxed{答}$

(7) $(2x-5)(x-2)=(x-1)^2+4$

$$2x^2-4x-5x+10=x^2-2x+1+4$$

$$2x^2-9x+10=x^2-2x+5$$

$$2x^2-9x+10-x^2+2x-5=0$$

$$x^2-7x+5=0$$

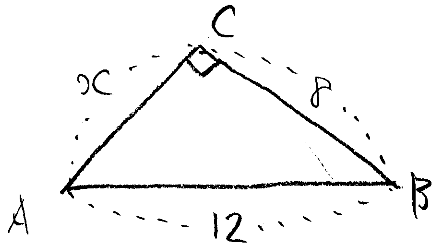
$(a=1,\ b=-7,\ c=5)$

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times5}}{2\times1}$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{49-20}}{2}$$

$$=\underline{\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}}\quad\boxed{答}$$

(8)



$CA=x$ (cm) とすると，三平方の定理により

$$x^2+8^2=12^2$$

$$x^2=12^2-8^2\ (=(12+8)(12-8))$$

$$x^2=20\cdot4=80$$

$x>0$ より

$$x=\sqrt{80}=4\sqrt5$$

$CA=\underline{4\sqrt5}$ (cm) $\boxed{答}$

(9) 平均値は

$$\frac{3\times6+9\times10+15\times14+21\times8+27\times2}{40}$$

$$=\frac{18+90+210+168+54}{40}$$

$$=\frac{\cancel{540}^{27}}{\cancel{40}_{2}}=\frac{27}{2}=\underline{13.5}\text{(m)}$$

$$\begin{array}{r}18\\90\\210\\168\\54\\\hline540\end{array}$$

最頻値 $\dfrac{12+18}{2}=\underline{15\text{ (m)}}$ $\boxed{答}$

$\boxed{2}$ 2つのサイコロは表をかくと瞬殺です。

n \ m	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○	○	○	○
2		○		○		○
3			○			○
4				○		
5					○	
6						○

(1) $\dfrac{1}{1},\ \dfrac{2}{1},\ \dfrac{3}{1},\cdots$

…と順に数えて
(左表の○)
$6+3+2+1+1+1$
$=14$ 通り

すべての場合の数は36通りだから，整数になる確率は

$$\frac{14}{36}=\underline{\frac{7}{18}}\quad\boxed{答}$$

m, n は整数だから $\dfrac{m}{n}$ は常に有理数である．よって，有理数になる確率は

$\underline{1}$ $\boxed{答}$

(2)

n \ m	1	2	3	4	5	6
1	○	○				
2	○	○	○	○	○	
3		○	○	○	○	○
4		○	○	○	○	○
5			○	○	○	○
6			○	○	○	○

○は $36-11=25$ 個なので，答えは

$$\underline{\frac{25}{36}}\quad\boxed{答}$$

3 (1)
△ABEと△ADCにおいて
△ADBは正三角形だから
AB=AD ……①
△ACEは正三角形だから
AE=AC ……②

$\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE$
$= \angle BAC + 60^\circ$

$\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC$
$= 60^\circ + \angle BAC$

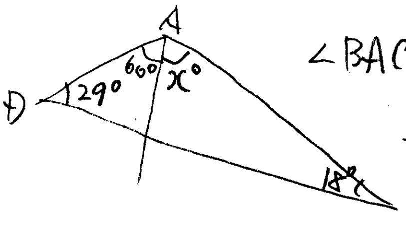
よって、
$\angle BAE = \angle DAC$ ……③

①,②,③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABE≡△ADC　終

(2) まず△ADCの内角に角を集める(移す)ことを考える。

$\angle AEB = 60^\circ - \angle BEC = 60^\circ - 42^\circ$
$= 18^\circ$

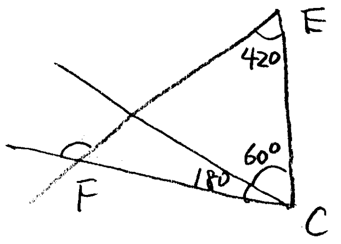
(1)より $\angle ACD = \angle AEB = 18^\circ$



$\angle BAC = x^\circ$とすると三角形の内角の和は180°だから

$(60+x)+29+18=180$
$x = 180-60-29-18$
$x = 180-107$
$x = 73$

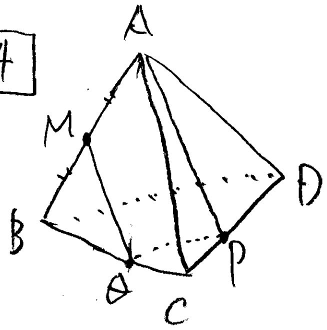
よって、$\angle BAC = 73^\circ$　答



三角形の2つの内角の和はそれと無関係な外角と等しい。

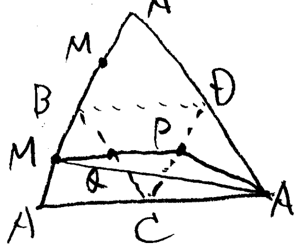
よって、$\angle DFE = \angle FEC + \angle FCE$
$= 42^\circ + (60^\circ + 18^\circ)$
$= 120^\circ$　答

4

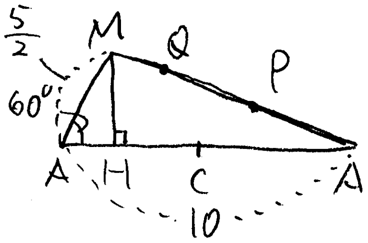


(1) 答えは(イ)　答
正四面体は、1つの頂点に集まる面は3つだが、(イ)は4つなのでダメ。

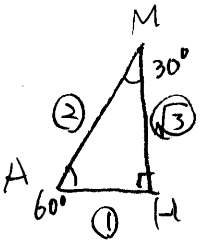
(2) 展開図(ア)を使うと、A→Pは△ACDを通り、Q→Mは△ABCを通るので左のように経路をとればよい。



A, P, Q, Mが一直線になるようにP, Qをとればよい。点Mから直線ACに垂線MHを下す。△MAHは、30°, 60°, 90°の直角三角形



なので、辺の比は$1:2:\sqrt{3}$。よって



$AH:AM=1:2$ より

$AH:\frac{5}{2}=1:2$

$2AH=\frac{5}{2}$

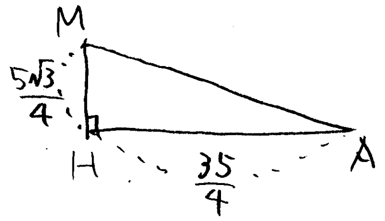
$AH=\frac{5}{4}$ (cm)

$MH:AH=\sqrt{3}:1$ より

$MH:\frac{5}{4}=\sqrt{3}:1$

$MH=\frac{5\sqrt{3}}{4}$

△MHAで三平方の定理を使うと



$AH=10-\frac{5}{4}$

$=\frac{40}{4}-\frac{5}{4}$

$=\frac{35}{4}$

よって,

$AM^2=\left(\frac{35}{4}\right)^2+\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2$

$=\frac{(5\times7)^2}{16}+\frac{25\times3}{16}$

$=\frac{25\times49+25\times3}{16}$

$=\frac{25\times(49+3)}{16}$

$=\frac{25\times52}{16}$　　$52=2^2\times13$

$AM>0$ だから

$AM=\sqrt{\frac{25\times2^2\times13}{16}}=\frac{5\times\cancel{2}\times\sqrt{13}}{\cancel{4}\,2}$

$=\frac{5\sqrt{13}}{2}$ (cm) 答

[高校では余弦(よげん)定理という便利な公式を習います。それを使えば,ほぼ自動的に答えが出ます.

$AM^2=10^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2-2\cdot10\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$=100+\frac{25}{4}-25$

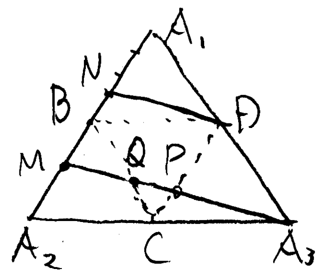
$=25\times\left(4+\frac{1}{4}-1\right)$

$=25\times\frac{13}{4}$

$AM>0$ より $AM=AP+PQ+QM=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (cm)

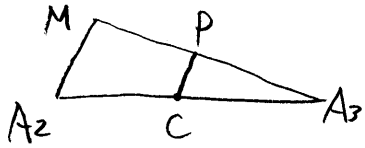
という感じです.]

(3) 体積比は底面積の比と高さの比をかけると求められます。



3つある頂点Aを上,左,下の順に A_1, A_2, A_3 とする。

CPを求める.



$CP \parallel A_2M$, $A_3C:CA_2=1:1$

だから中点連結定理より

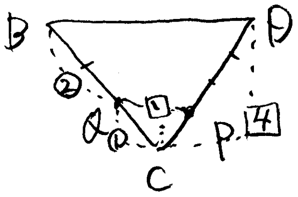
$CP=\frac{1}{2}A_2M=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{4}$ (cm)

よって, $CP:CD=\frac{5}{4}:5=1:4$

CQを求める。△CPQ∽△BMQだから

$CQ:BQ=CP:BM=\frac{5}{4}:\frac{5}{2}=1:2$

次に△BCD:△CPQ(面積比)を求めよう.



$CP = \frac{1}{4}CD$,

$CQ = \frac{1}{2+1}BC$

$= \frac{1}{3}CB$

であるから,

$\triangle CPQ = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \triangle BCD$

$= \frac{1}{12} \triangle BCD$

また, 2つの四面体の底面をそれぞれ $\triangle BCD$, $\triangle CPQ$ と見たとき高さの比は $AB : MB = 2 : 1$ に等しい。

よって, 四面体MQCPの体積は

$\frac{1}{12} \times \frac{1}{2} \times$(四面体ABCDの体積)

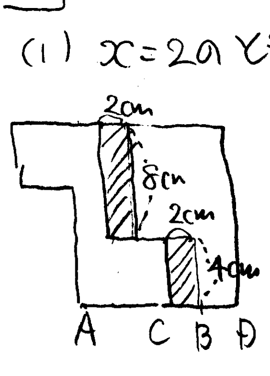
$= \frac{1}{24} \times$(四面体ABCDの体積)

だから, 答えは

$24 : 1$ 答

5

(1) $x=2$ のとき, 重なる部分は図の斜線部分だから

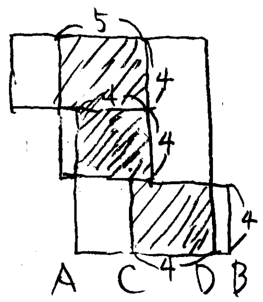


$y = 2 \times 4 + 2 \times 8$

$y = 8 + 16$

$y = 24$ 答

$x=5$ のとき



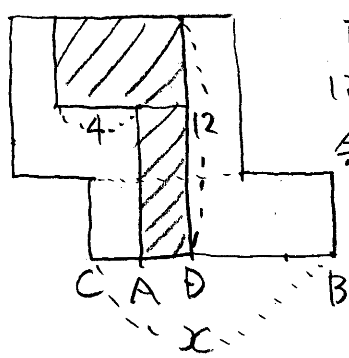
重なる部分は左図の斜線部分のようになるから,

$y = 4 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 5$

$= 16 + 16 + 20$

$= 52$ 答

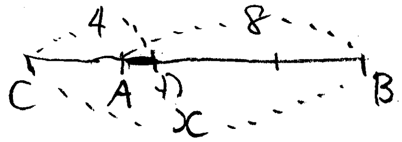
(2) $8 < x < 12$ のとき



重なる部分は左図の斜線部分のようになる。

ADの長さを求めよう。

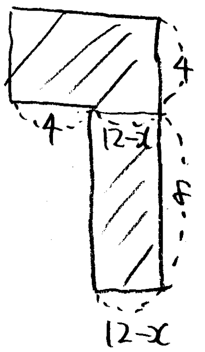
(図i)



(図i)から

まず, $AC = BC - AB = x - 8$ (cm) 答

すると, $AD = CD - AC = 4 - (x-8) = 12 - x$



よって,

$y = (12-x) \times 8$

$+ (4 + 12 - x) \times 4$

$= 96 - 8x + (16 - x) \times 4$

$= 96 - 8x + 64 - 4x$

$= 160 - 12x$ 答

(3) $x \geqq 8$ のとき, 図から考えてyは減少する。$x > 8$ のとき, $y = 60$ とすると,

$60 = 160 - 12x$

$160-12x=60$

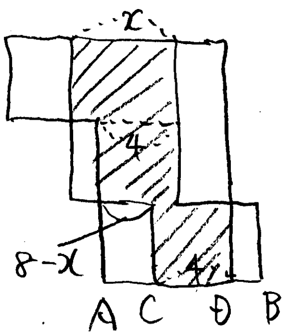
$-12x=60-160$

$-12x=-100$

$x=\dfrac{-100}{-12}$

$x=\dfrac{25}{3}$ …… ①

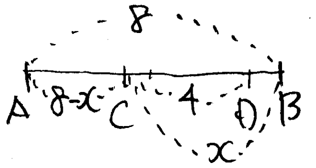
4<x<8のときを考える。重なる部分は左図の斜線部分のようになる。((1)のx=5のときの図とほぼ同じ)



$y=4\times4+4\times4+x\times4$

$=16+16+4x$

$=4x+32$



y=60になるとき

$60=4x+32$

$4x+32=60$

$4x=60-32$

$4x=28$

$x=7$ …… ②

従って、①-②より答えは

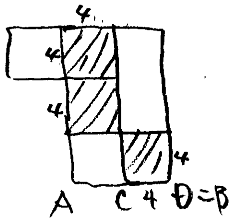
$\dfrac{25}{3}-7=\dfrac{25}{3}-\dfrac{21}{3}=\dfrac{4}{3}$ (秒後)

答

[xの1次関数とわかっているので、変わり目 x=0, 4, 8, 12で考えればよい。

x=0のきy=0

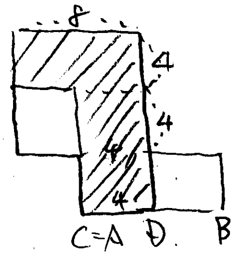
x=4のとき $y=4\times4\times3=48$



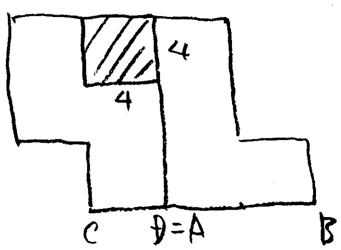
x=8のとき $y=4\times4+4\times4+8\times4$

$=16+16+32$

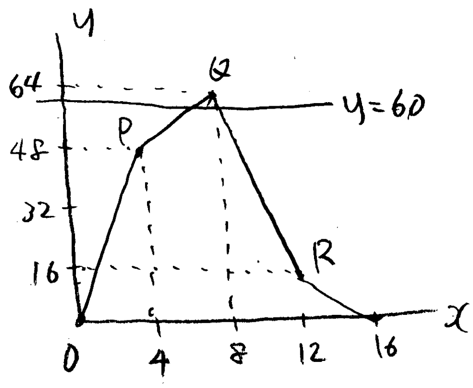
$=64$



x=12のとき $y=4\times4=16$



点をとって、線分で結ぶと



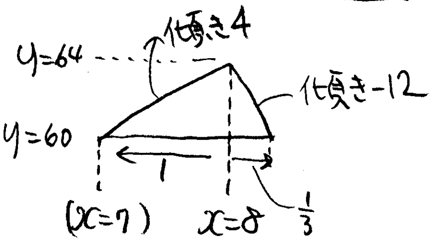
PQの傾き $\dfrac{64-48}{8-4}=\dfrac{16}{4}=4$

y=60になるのは 64-60=4だけ下がるから、x=8から左に1進めばよい。

QRの傾き $\dfrac{16-64}{12-8}=\dfrac{-48}{4}=-12$

よって、4だけ下がるとき x=8から $\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$ だけ右に進めばよい。

従って　$\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$秒後 答



]

$\boxed{6}$ 問題文をじっくり読もう。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	○	×	○	×	○	×	○	×	○
B	×	○	○	×	×	○	○	×	×
C	×	×	×	○	○	○	○	×	×
D	×	×	×	×	×	×	×	○	○
E	×	×	×	×	×	×	×	×	×
F	×	×	×	×	×	×	×	×	×
G	×	×	×	×	×	×	×	×	×
H	×	×	×	×	×	×	×	×	×

(電球)

(●を×で表す)

(1) 表のつづきを考えて，B，D 答

(2) ボタンを2^4回押すごとに切り替わるから，最初の点灯は16回目，消灯は32回目だから

①は32，②は16 答

(3) A…2の倍数のとき消灯

B…2^2でわって余りが0，1のとき消灯

C…2^3で割って余りが0〜3のとき消灯

D…2^4で割って余りが0〜7のとき消灯

E…$2^5=32$で割って余りが0〜15のとき消灯

F…$2^6=64$で割って余りが0〜31のとき消灯

G…$2^7=128$で割って余りが0〜63のとき消灯

H…$2^8=256$で割って余りが0〜127のとき消灯

と考えて

ボタンを64 ($=2^6$)回押したとき

A，B，C，D，E，F，H

は消えているので，点灯している電球は

Gの1個 答

(4)

$2\overline{)2017}$
1008…1　Aは○

$4\overline{)2017}$
504…1　Bは×

$8\overline{)2017}$
252…1　Cは×

$16\overline{)2017}$ = 126
16
41
32
97
96
1…1　Dは×

$32\overline{)2017}$ = 63
192
97
96
1…1　Eは×

$64\overline{)2017}$ = 31
192
97
64
33…33　Fは○

$128\overline{)2017}$ = 15
128
737
640
97…97
Gは○

$256\overline{)2017}$ = 7
1792
225…225
Hは○

以上から答えは A，F，G，H 答